UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA
CENTRO DE FILOSOFIA E CIÊNCIAS HUMANAS
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM FILOSOFIA
MESTRADO EM FILOSOFIA

É A IDENTIDADE FUNDAMENTAL?

KHERIAN GALVÃO CESAR GRACHER

Florianópolis
2016

Kherian Galvão Cesar Gracher

É A IDENTIDADE FUNDAMENTAL?

Dissertação submetida ao Programa de Pós-Graduação em Filosofia da Universidade Federal de Santa Catarina para a obtenção do Grau de Mestre em Filosofia.
Orientador: Prof. Dr. Décio Krause

Florianópolis
2016

Ficha de identificação da obra elaborada pelo autor,
através do Programa de Geração Automática da Biblioteca Universitária da UFSC.

Gracher, Kherian Galvão Cesar
É a identidade fundamental? / Kherian Galvão Cesar Gracher ; orientador, Décio Krause - Florianópolis, SC, 2016.
111 p.

Dissertação (mestrado) - Universidade Federal de Santa Catarina, Centro de Filosofia e Ciências Humanas. Programa de Pós-Graduação em Filosofia.

Inclui referências

1. Filosofia. 2. Metafísica. 3. Filosofia da Lógica. 4. Identidade. 5. Lei de Leibniz. I. Krause, Décio. II. Universidade Federal de Santa Catarina. Programa de Pós Graduação em Filosofia. III. Título.

Kherian Galvão Cesar Gracher

"É A IDENTIDADE FUNDAMENTAL?"

Esta dissertação foi julgada adequada para obtenção do Título de "Mestre em Filosofia", e aprovada em sua forma final pelo Programa de Pós-Graduação em Filosofia.

Florianópolis, 01 de março de 2016.

Prof. Alexandre Meyer Luz, Dr.
Coordenador do Curso

Banca Examinadora:

Prof. Décio Krause, Dr.
Orientador
Universidade Federal de Santa Catarina

Prof. Jonas Rafael Becker Arenhart, Dr.
Universidade Federal de Santa Catarina

Prof. Cezar Augusto Mortari, Dr.
Universidade Federal de Santa Catarina

Prof. Otávio Bueno, Dr.
Universidade de Miami

Àquela mesma mulher...

AGRADECIMENTOS

Há inúmeras pessoas a quem devo agradecer, portanto, perdoem-me se eu esquecer algum nome. Primeiramente devo agradecer à minha família, por todo esforço e apoio que me deram. Meu pai, meu irmão e, em especial, à minha mãe, a quem dedico esta obra. Obrigado por sempre me apoiar e confiar em mim, dando o suporte tão necessário para tudo o que eu já fiz e ainda pretendo fazer. A meu orientador, Décio Krause, por me passar o maior dos bens: o conhecimento. Obrigado por ter me ajudado a trilhar esse caminho. Espero que essa pequena obra faça jus à sua orientação. À Helen Manhães, pelo enorme esforço de ficar ao meu lado mesmo nas horas mais complicadas. Aos meus amigos, que me aguentaram, sendo ouvidos pacientes e algozes vorazes dos meus erros – o que me torna, dia após dia, um pouco melhor no que faço. Devo citar alguns poucos nomes, como Natan Quinquiolo, Pedro Merlussi, Bruno Aislã, Delvair Custódio, Luiz Helvécio, Sílvio Kavetski, aos amigos de conversa e café do nosso pequeno grupo da divulgação científica da UFSC e vários outros que me ajudaram ao longo do meu caminho. Aos meus professores, desde a graduação até a pós-graduação, que se esforçaram para colocar um pouco de conhecimento e juízo nessa cabeça dura que tenho. Em especial, devo citar alguns nomes, como Sérgio Miranda, Desidério Murcho e Newton da Costa. Também terei uma eterna dívida de gratidão aos professores que me apoiaram, não apenas me ensinando, como também participando da banca que avalia este trabalho: Jonas Arenhart, Otávio Bueno e Cézar Mortari. Um especial obrigado, principalmente por cederem tempo para lerem esta obra e me ajudarem, apontando os aspectos que posso ter falhado. Agradeço também ao programa de Pós-Graduação, em especial ao professor Alexandre Meyer Luz, por todo apoio que me deu. Por fim – e não menos importante –, agradeço a você, leitor, por ceder tempo e atenção às minhas palavras. A todos, que tenham uma vida longa e próspera. 🖖

I wish I knew, I wish I knew. What makes me, me; What makes you, you. It's just another point of view...

(Cat Stevens, 1970)

RESUMO

Tradicionalmente a identidade é adotada como uma noção fundamental de nosso arcabouço conceitual e como um *componente* metafísico fundamental das entidades. Mas logo ao fazermos essa afirmação nos deparamos com dois problemas: O que é a identidade? E por que ela seria fundamental? Estas perguntas irão nos guiar à discussão conduzida por Otávio Bueno (2014), Décio Krause e Jonas Arenhart (2015). Bueno defende que há quatro aspectos que fazem a identidade ser fundamental: (1) A identidade é pressuposta em todo sistema conceitual; (2) é requerida para uma caracterização mínima de indivíduo; (3) não pode ser definida; e (4) a identidade é requerida para a quantificação. Por outro lado, Krause e Arenhart recusam a tese de que a identidade seja fundamental, respondendo aos argumentos de Bueno. Neste trabalho iremos tratar desse debate. Na introdução iremos tratar do primeiro problema — O que é a identidade? —, mostrando como este conceito é tradicionalmente compreendido, tanto suas características metafísicas como também seu tratamento formal. Posteriormente iremos tratar de cada um dos quatro aspectos defendidos por Bueno e atacados por Krause e Arenhart. Além da exposição crítica de cada posição iremos também oferecer outros argumentos para o debate atual. Ao final iremos esboçar uma posição alternativa às defendidas ao longo do texto.

Palavras-chave: Metafísica. Filosofia da Lógica. Identidade. Indiscernibilidade. Lei de Leibniz.

ABSTRACT

Identity is traditionally taken to be a fundamental notion of our conceptual framework as well as a fundamental metaphysical *component* of entities. But as far as we make this claim we face ourselves with two problems: what is identity? And why would it be fundamental? These questions will guide us towards a discussion put forward by Bueno (2014), Krause and Arenhart (2015). Bueno holds that there are four aspects that make identity being fundamental: (1) identity is assumed in every conceptual system; (2) it is required for a minimal characterisation of being an individual; (3) it cannot be defined; and (4) identity is required for quantification. On the other hand, Krause and Arenhart refuse the thesis that identity is fundamental replying to Bueno's arguments. In this dissertation we will deal with this debate. In the introduction we will deal with the first problem — what is identity? —, showing how this concept is traditionally understood, either for its metaphysical characteristics as for its formal account. After that we will deal with each of the four aspects defended by Bueno and challenged by Krause and Arenhart. After a critical presentation of each position we will also provide other arguments for the current debate. Finally we will outline an alternative view to those defended throughout this work.

Keywords: Metaphysic. Philosophy of Logic. Identity. Indiscernibility. Leibniz's Law.

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO

A filosofia, por sua natureza, formula perguntas que de tão simples e fundamentais fazem o néscio questionar sua importância. No entanto, longe de atacar o valor da filosofia, o tolo apenas aponta suas próprias limitações. Deste modo, a pergunta "*O que é a identidade?*" pode parecer simples a olhos ingênuos, mas esconde uma profundidade estarrecedora. Neste trabalho pretendo adentrar a alguns problemas que concernem esse conceito: do que estamos falando quando utilizamos o conceito de identidade? O que queremos dizer quando formulamos afirmações na forma "x é idêntico a y" (ou que são *o mesmo*); ou que todos os objetos são idênticos a *si mesmos*? Será a identidade de um objeto determinada pelas qualidades (*propriedades*) que ele possui? Qual o tratamento filosófico que podemos oferecer para esse conceito? E qual seria o tratamento formal? Seria a identidade um componente fundamental para todo sistema conceitual? Será que os objetos mantêm sua *individualidade* em virtude de manterem critérios que os identificam, ao ponto que a identidade seja fundamental para a própria individualidade? Haveria objetos distintos, mas *indiscerníveis* (*i.e.*, objetos que sejam numericamente diferentes, mas que tenham todas *as mesmas* propriedades)?

Por questões óbvias, não tentarei fazer um tratamento extenso sobre todos os problemas que envolvem o conceito de identidade. Tampouco poderei ser minucioso em cada ponto que irei aqui expor — haja vista que, para cada um desses tópicos, *rios de tinta* já rolaram das canetas dos homens mais geniais que a humanidade produziu. Assim, enquanto seria pretensioso dizer que oferecerei uma abordagem completa e minuciosa sobre o tema; seria modéstia dizer que esta será apenas uma rasa introdução ao assunto aqui abordado.

Tentarei, portanto, ser introdutório sem perder o rigor e a precisão, ser claro sem perder a profundidade filosófica, na esperança de que meu leitor seja atento e generoso, concedendo-me a prerrogativa do engano. Pois concedo, de antemão, que cometerei equívocos no decorrer deste trabalho, mesmo tentando ser cuidadoso. Espero, por isso, que o leitor seja gentil com minhas palavras, tentando interpretá-las da melhor maneira possível, mas sem que com isso perca o caráter crítico tão exigido ao filósofo. Assim, convido você, leitor, a trilhar esta investigação comigo.

No primeiro capítulo faço uma exposição geral sobre o conceito de *identidade*. Em primeiro momento distingo diversos usos (filosóficos ou não) de noções que se apropriam do conceito de identidade (*e.g.*, noções como *identidade de gênero*, *identidade política*, etc). Iremos, pois, nos atentar aos usos mais comuns na filosofia (*e.g.*, *identidade através do tempo*, *identidade transmundana*, etc). Não recuso, no entanto, a importância destas outras noções. Todavia, estamos aqui preocupados com o uso mais *direto* do conceito de identidade — poderíamos dizer que procuramos compreender a identidade *sem qualificação*. Faremos, neste preâmbulo, uma distinção que tradicionalmente foi tomada como importante para a compreensão da identidade, *viz.*, a distinção entre *identidade numérica* e *identidade qualitativa*. Apresentaremos e discutiremos tal distinção de modo sintético, nos guiando após isso a apresentação daquilo que a tradição filosófica denomina de "*Teoria Tradicional da Identidade*". Compreenderemos aqui o conceito de identidade tal como foi abordado tradicionalmente, expondo o que a tradição filosófica nos oferece sobre a identidade e, posteriormente, o modo como este conceito é compreendido formalmente — que, como veremos, foi altamente influenciada pela análise filosófica.

No segundo capítulo adentraremos a uma discussão de extremo interesse filosófico: seria a identidade fundamental para sistemas conceituais? Neste debate apresentaremos duas posições atuais: uma posição, defendida por Otávio Bueno (2014), que afirma a fundamentalidade da identidade para a compreensão dos conceitos; outra, defendida por Décio Krause e Jonas Arenhart (2015), que recusa o papel fundamental que a identidade teria para os sistemas conceituais. A esse debate iremos expor criticamente os principais argumentos oferecidos pelas duas posições, propondo novos argumentos quando possível.

Em sequência, no capítulo três, continuaremos o debate levado pelas duas posições anteriores, mas o tópico abordado será outro: seria a identidade fundamental para a individualidade dos objetos? Bueno assumirá novamente o papel de defensor do caráter fundamental da identidade, dando a entender que tudo o que há é individualizável e, portanto, preserva a identidade. Por outro lado, Krause e Arenhart defendem que, ainda que a individuação possa exigir a identidade (mesmo que isso seja questionável), não se segue que tudo o que há são indivíduos – podendo haver também entidades não-individuais, *i.e.*, que não preservariam a identidade. Novamente, iremos expor criticamente os principais argumentos do debate, propondo novos argumentos quando possível.

No capítulo quatro o debate tomará como objeto questões do âmbito formal que a identidade desempenharia. Neste capítulo serão discutido dois pontos: (1) A identidade como conceito indefinível; (2) A identidade como fundamental para a compreensão da quantificação.

Ao tópico (1), as duas posições no debate entram em concordância, mas por aspectos distintos. Enquanto que Bueno defende que a identidade não é definível, porque toda definição pressupõe uma relação de identidade entre os termos definidos (*definiens* é o mesmo que o *definiendum*); Krause e Arenhart defendem a indefinibilidade da identidade por questões de caráter mais formal, que serão expostas. Já ao tópico (2), voltaremos às discordâncias entre as posições. Enquanto que Bueno defende que só compreendemos a quantificação (*i.e.*, quando utilizamos termos como "para todos" ou "existe ao menos um") quando pressupomos a identidade, de modo que a identidade desempenha papel fundamental para a quantificação; Krause e Arenhart negam tal fundamentalidade argumentando que há uma alternativa teórica para compreendermos a quantificação, *viz.*, a compreensão substitucional da quantificação (dentre outras interpretações possíveis). Krause e Arenhart fazem mais. Mostram que há um modo de se considerar a quantificação sobre objetos que não têm identidade. Para eles, entender o quantificador universal como "para cada", o que pressupõe a identidade, não é a única alternativa possível. Em síntese, para esses autores, "para todo" significa exatamente isso: "para todo", e não "para cada" (objeto do domínio) – entendendo-se "para cada" como indicando "para este", "para aquele", etc., o que implicaria na sua individualização.

No capítulo cinco formulo uma possível posição própria no debate. Enquanto recuso o modo como Bueno parece compreender o conceito de identidade, tentarei abordar tal conceito de um outro modo. Por outro lado, recuso a dispensabilidade da identidade, advogada por Krause e Arenhart, mantendo que ao menos alguma noção de identidade desempenha um papel fundamental. Ou seja, por um lado, aceito a fundamentalidade da identidade proposta por Bueno, mas recuso o modo como ele, aparentemente, entende a identidade; e, por outro, aceito as críticas de Krause e Arenhart ao modo como se entende a identidade tradicionalmente (críticas essa apontadas à posição de Bueno), mas recuso a análise proposta que visa descartar a identidade em certos contextos em prol de um conceito *mais fraco*, nomeadamente, a indiscernibilidade.

Ao final, iremos expor as conclusões que almejamos alcançar no decorrer deste trabalho, que seriam as seguintes: a análise proposta pela *Teoria Tradicional da Identidade* tem problemas importantes (e, aparentemente, insuperáveis), de modo que precisamos rever todo o trabalho filosófico e formal empregado até agora que tenta compreender a identidade. Bueno, ainda que tenha razões em defender a fundamentalidade da identidade, enfrenta problemas cruciais. E ainda que Krause e Arenhart tenham razões por atacar a *Teoria Tradicional da Identidade*, apontam também críticas cruciais à posição de Bueno, mas não tendo, por fim, razões suficientes para concluírem que a identidade (de modo geral) é dispensável — ainda que tenham razões para dispensar a análise proposta tradicionalmente.

2 O QUE É A IDENTIDADE?

De modo geral, um trabalho filosófico é delimitado a uma certa discussão, utilizando certos conceitos específicos da área discutida. Este trabalho também se limita a uma discussão bem específica, visando tratar de compreender o conceito de identidade e discutir se este é ou não fundamental. Como veremos, não podemos dizer que há apenas um conceito de identidade, mas sim diversos. O termo “identidade” é muito *geral*, aplicado nas mais diversas áreas e das mais diversas formas. Embora seja improfícuo salientar todos os assuntos sobre os quais esse trabalho não tratará, parece razoável que de início façamos uma apresentação sucinta sobre as diversas concepções de identidade que encontramos na literatura acadêmica.

2.1 CONCEPÇÕES SOBRE IDENTIDADE

Como podemos ver em uma rápida pesquisa, o termo “identidade” é utilizado em diversos contextos. Na sociologia, antropologia e psicologia podemos encontrar este termo ligado a diversas concepções. Alguns exemplos são: *identidade de gênero*, que se refere à compreensão psicológica das experiências subjetivas dos indivíduos acerca de seu gênero sexual;[1] *identidade coletiva*, que compreende o modo como um grupo se caracteriza socialmente;[2] a *identidade linguística*, objeto de estudo da antropologia da linguagem, que compreende os critérios de identidade para uma certa linguagem e o modo como grupos se identificam através do uso de uma mesma língua;[3] há também discussões que tentam compreender o papel da moda[4] e da mídia[5] na formação e caracterização de grupos, como também no modo como indivíduos se identificam; a *identidade política* seria uma outra concepção, tratada pela sociologia e filosofia política, que compreende o modo como os grupos se caracterizam e se identificam politicamente;[6] como também discussões que envolvem a identidade nos aspectos étnicos;[7] entre ou-

[1] *ver* “Sexual Identities” em (RITZER et al., 2007) e (WHITEHEAD; MOODLEY; TALAHITE-MOODLEY, 2013)

[2] *ver* “Collective Identity” em (RITZER et al., 2007)

[3] *ver* (BUCHOLTZ; HALL, 2004)

[4] *ver* (CRANE, 2012)

[5] *ver* (GAUNTLETT, 2008)

[6] *ver* (HEYES, 2014)

[7] *ver* (NORVAL, 2004)

tras.

Por outro lado, em certas discussões filosóficas é também comum se utilizar de noções distintas da identidade como, por exemplo: *identidade através do tempo* (ou *transtemporal*), noção essa utilizada em discussões que visam compreender se os objetos mantêm a identidade ao longo do tempo, *i.e.*, se um objeto que chamamos de "x", em um momento t_n, é idêntico ao objeto que também chamamos de "x" em um momento t_{n+1};[8] há também a noção de *identidade transmundana* (ou *identidade através dos mundos possíveis*), utilizada em discussões que visam compreender se os objetos mantêm identidade através de mundos possíveis, *i.e.*, se *um mesmo* objeto existe em diferentes circunstâncias possíveis;[9] há também a noção de *identidade pessoal*, utilizada em discussões que visam compreender como conservamos nossa identidade como pessoas ao longo do tempo.[10]

Usualmente há uma distinção filosófica entre duas noções gerais e básicas sobre identidade, nomeadamente, a *identidade numérica* e a *identidade qualitativa.*[11] Os defensores desta distinção assumem que os conceitos filosóficos descritos anteriormente (identidade transtemporal, transmundana, pessoal, etc) utilizam dessa distinção para caracterizar cada uma dessas diferentes noções de identidade. Por exemplo, utiliza-se da noção de identidade numérica para compreender o que é a identidade ou diferença transtemporal. A distinção entre identidade numérica e qualitativa, portanto, deve ser compreendida com cuidado, haja vista que em nosso trabalho pretendemos discutir a natureza da identidade numérica (e não da identidade qualitativa).

2.2 IDENTIDADES NUMÉRICA E QUALITATIVA

É comum a distinção entre duas noções gerais acerca da identidade: a identidade *numérica* e a identidade *qualitativa.* Compreende-se a identidade numérica como aquela envolvida nos seguintes casos:

- Matemática - Dois mais dois é *igual* a quatro; o conjunto $A = \{\alpha, \beta\}$ é idêntico ao conjunto $B = \{\beta, \alpha\}$.[12]

---

[8] *ver* (GALLOIS, 2012)

[9] *ver* (MACKIE; JAGO, 2013)

[10] *ver* (OLSON, 2010)

[11] *ver*(LOCKE, 1996, XXVII), (SIDER; CONEE, 2005, pp.7-8), (NOONAN; CURTIS, 2014) e (KORFMACHER, 2006)

[12] Assumindo uma *teoria clássica de conjuntos* (*e.g.*, ZF), isso se segue através do *axioma da extensionalidade*, que afirma que a identidade de um conjunto é

- Identificação - Farrokh Bulsara *é* Freddie Mercury; ou a primeira estrela que aparece ao alvorecer, *Fósforo*, *é a mesma* estrela que primeiro aparece ao entardecer, *Vésper*; ou Bruce Wayne *é* o Batman.[13]

- Ao longo do tempo - Uma certa pessoa (ou objeto) que chamamos de x em um tempo t_n é *idêntico* (*igual*, ou *o mesmo*) que aquilo que também chamamos de x em um período do tempo t_{n+1}.

Através dos exemplos apresentados anteriormente podemos oferecer uma interpretação intuitiva do conceito de identidade numérica: a identidade numérica seria uma propriedade relacional que todo objeto mantém consigo mesmo, mas com nenhum outro. Isto é, para todo objeto x, x é idêntico a si mesmo, mas diferente de qualquer outro objeto y que seja diferente de x. O problema é que a própria compreensão intuitiva desse conceito gera problemas. Quando dizemos que "todo objeto x mantém identidade *consigo mesmo*" nós estamos pressupondo que falamos *do mesmo* objeto x — o que já pressupõe identidade. No entanto, quando dizemos "mas com nenhum *outro*" ou "diferente de qualquer *outro* objeto y", nós pressupomos que "outro" ou y será qualquer objeto *diferente* de x — mas a noção de diferença pressupõe, novamente, identidade (*i.e.*, dois objetos são diferentes quando não são idênticos).

A identidade qualitativa, por outro lado, pode ser compreendida intuitivamente no seguinte caso: imagine que você olha uma foto sua na infância. Podemos dizer que aquela criança na foto *é* você (*i.e.*, aparentemente mantém uma identidade numérica). Todavia, ao pensar melhor você perceberá que existem diferenças substanciais entre aquela criança da foto e você hoje. Quando criança você gostava de músicas infantis, mas hoje você tem um gosto musical substancialmente diferente; naquela época você tinha uma altura diferente, ganhou e perdeu peso; seu DNA se alterou ao longo do tempo, adaptando-se melhor a certas doenças que você teve na vida. Enfim, você perdeu e ganhou propriedades ao longo do tempo. Deste modo, podemos dizer que você não é mais exatamente o mesmo que aquela criança (ou seja, você é diferente). Assim, podemos marcar a diferença entre identidade qualitativa e numérica: você é numericamente idêntico àquela criança, mas

---

determinada pelos seus elementos. Para uma abordagem intuitiva *ver* (ENDERTON, 1977, pp.1-16) e (SUPPES, 1960, pp.19-24)

[13] A utilização do termo "é" nesses contextos faz referência a uma identidade entre os elementos relacionados. Todavia, devemos notar que há dois usos para o termo "é", o uso *identitativo* (como foi apresentado) e o uso *predicativo*. O uso predicativo do termo "é" ocorre quando o termo faz referência a uma relação entre o predicado e o sujeito da oração (*e.g.*, "Moriarty é calvo").

não qualitativamente idêntico a ela.

2.3 IDENTIDADE NUMÉRICA COMO *TOUT COURT*

Até agora apresentamos apenas caracterizações intuitivas de várias noções que envolvem a identidade. Mas o que seria, de fato, a identidade? Isto é, o que seria a noção de identidade sem qualquer qualificação? Tradicionalmente se concebe a identidade como sendo a identidade numérica. Contudo, como vimos anteriormente, compreende-se a identidade qualitativa e a identidade numérica como duas *subcategorias* básicas do conceito de identidade. Isto é, todo conceito que advogaria ser uma relação de identidade (*e.g.*, transtemporal, transmundana, etc) será compreendido através dessas noções gerais. No entanto, podemos perguntar se a distinção entre *identidade numérica* e *identidade qualitativa* é razoável, pois se em última instancia a identidade numérica é a mais básica, poderíamos eliminar a identidade qualitativa em termos da identidade numérica. Colin McGinn argumenta contra a relevância dessa distinção, defendendo que identidade qualitativa, em última instância, seria uma afirmação de identidade numérica entre propriedades de objetos:

> [...] há, obviamente, uma distinção entre relações de similaridade e a relação de identidade (numérica), mas é confuso interpretar isto como implicando que a identidade aparece em duas variedades. De fato, uma afirmação da chamada identidade qualitativa é, na verdade, uma afirmação de identidade numérica (isto é, identidade *tout court*) acerca das propriedades dos objetos em questão: ela diz, com efeito, que as propriedades de x e y são (numericamente) idênticas. [...] A chamada identidade qualitativa é apenas identidade numérica de qualidades em partes de objetos possivelmente distintos. Colocado de outro modo, se você encontrar que para qualquer propriedade F que x tem, há uma propriedade idêntica G que y tem, e vice-versa, então x é qualitativamente idêntico a y. Portanto, identidade qualitativa é analisável em termos de identidade numérica. (MCGINN, 2000, pp.2-3, *trad. nossa*)[14]

[14][...] there is obviously a distinction between similarity relations and the (numerical) identity relation, but it is confused to interpret this as implying that identity comes in two varieties. In fact, a statement of so-called qualitative identity is really a statement of numerical identity (that is, identity *tout court*) about the properties

McGinn defende que a identidade é um conceito *unitário*, não podendo ser dividido em *sub-variedades*. Se concordarmos com McGinn em sua análise da identidade qualitativa, então em última instancia temos apenas a concepção numérica da identidade, uma noção básica e geral. A noção qualitativa da identidade será compreendida como uma relação de identidade numérica entre propriedades. No exemplo intuitivo para caracterizar a identidade qualitativa, oferecido anteriormente, quando dizemos que a criança na foto não é qualitativamente idêntica a você, podemos interpretar essa diferença qualitativa como uma diferença numérica entre propriedades. Isto é, o conjunto de propriedades que aquela criança instancia não é idêntico (numericamente) ao conjunto de propriedades que você instancia. Portanto, a identidade qualitativa trata de conjuntos de propriedades. Entretanto podemos dizer que aquela criança é *o mesmo* indivíduo que você, no sentido que podemos identificar aquela criança com você. Neste caso, o que parece McGinn defender, estamos falando de uma relação de identidade numérica entre indivíduos.[15]

Ainda que aceitemos os argumentos de McGinn, podemos advogar a favor da distinção entre essas duas noções pelo seu papel didático, uma vez que essa nos permite compreender de modo intuitivo *do que estamos falando* em casos tais como no exemplo anteriormente apresentado. Porém, aceitando ou não a distinção entre identidade numérica e qualitativa, o conceito que pretendemos investigar é a identidade, *i.e.*, a relação que todo objeto tem consigo mesmo e com nenhum outro (ainda que essa caracterização de identidade, tal como vimos anteriormente, enfrente problemas). Queremos compreender o que significa um objeto ser idêntico a si mesmo, ou o que compreendemos como sendo a identidade quando fazemos inferências do tipo: α é idêntico a β, logo β é idêntico a α; ou se α é idêntico a β, e β é idêntico a γ, portanto α é idêntico a γ. O intuito deste trabalho, deste modo, é compreender a *identidade numérica*, ou a "identidade *tout court*" (como chama McGinn). Na tradição filosófica o conceito de identidade foi posto em um pedestal, sendo considerado um dos pilares fundamentais tanto para

---

of the objects in question: it says in effect that the properties of x and y are (numerically) identical. [...] So-called qualitative identity is just numerical identity of qualities on the part of possibly distinct objects. Put another way, if you find that for any property F that x has there is an identical property G that y has, and vice versa, then x is qualitatively identical to y. Thus qualitative identity is analysable in terms of numerical identity.(MCGINN, 2000, pp.2-3)

[15] Além de assumir que a identidade numérica seria a concepção mais geral de identidade, McGinn argumenta também que tal noção é primitiva e desempenha um papel absolutamente fundamental em nosso pensamento (MCGINN, 2000, pp.1). Discutiremos a frente se a identidade é ou não fundamental.

os sistemas formais clássicos, como também para as mais diversas teses metafísicas. Veremos a seguir como o conceito foi tradicionalmente compreendido.

2.4 TTI - ASPECTOS METAFÍSICOS

Chamaremos de "Teoria Tradicional da Identidade" (doravante "TTI")[16] as teses que, de algum modo, foram oferecidas pela tradição visando compreender o conceito de identidade. Em um primeiro momento a identidade foi tratada como uma tese filosófica, de cunho metafísico, *i.e.*, uma qualidade instanciada pelos objetos que existem. Esta compreensão da identidade influenciou, posteriormente, o modo como a identidade é caracterizada ou definida em sistemas formais. Vejamos primeiro os aspectos metafísicos oferecidos pela TTI. Houve diversas formulações sobre princípios ou teses que visam caracterizar a identidade, todavia, percebemos que há uma "espinha dorsal", *i.e.*, certos aspectos em comum que percorram a tradição filosófica sobre este assunto, como podemos ver a seguir.

> Nenhuma coisa, dentre aquelas sujeitas a mudança, pode ser exatamente como outra sem se tornar aquela mesma coisa. (Diógenes de Apolônia, *trad. nossa*)[17]

Diógenes de Apolônia parece sugerir que as coisas devem ser, de algum modo, únicas. Dentre os objetos *sujeitos a mudança*, ou seja, cuja natureza altera-se ao longo do tempo, nenhuma delas pode ser *exatamente como outra* sem que isso implique que ambas sejam a *mesma coisa*. Podemos retirar disto, portanto, a *unicidade* dos objetos. Tudo o que há, existe de um modo único; e aquilo que lhe dá sua unicidade é aquilo que o torna idêntico a si mesmo. Em outros termos, os critérios de identidade de um certo objeto x é o que o torna único, pois se algo compartilhar os critérios-de-identidade-de-x, este algo será *o mesmo* objeto que x.

> É apenas a coisas que são indistinguível e única em substância [*ousia*] que dizemos, geralmente, todos os mesmos atributos pertencer. (Aristóteles, *trad. nossa*)[18]

[16]Vamos seguir a terminologia e a apresentação empregada por (BRAIDA; KRAUSE, 2013, pp. 177-184)

[17]"No one thing among things subject to change can possibly be exactly like any other thing, without becoming the same thing." (*Natural Science*, obra perdida), *apud* (SIMPLICIUS, 2014, 153.8)

[18]"It is only to things which are indistinguishable and one in substance [ousia]

> Se quaisquer dois itens têm uma única substância [*ousia*, ser primário] e um único o-que-é-ser-da-coisa [*to ti ên einai*, essência], então são eles mesmos uma única coisa. (Aristóteles, *trad. nossa*)[19]

A posição de Aristóteles adianta uma concepção metafísica mais profunda que a de Diógenes, elencando dois novos componentes ao critério de identidade, nomeadamente, a *essência* e a *substância.* A *essência* de um objeto é um conjunto de propriedades que são *essenciais* a ele (*i.e.*, são propriedades que esse objeto tem em toda circunstância possível em que existe) e, além disso, são também *identificadoras* deste objeto. Seria portanto um conjunto de propriedades essenciais que forneça uma *descrição definida* do objeto.

Substância, ou *ser primário*, é aquilo que instancia propriedades. Uma interpretação dessa ideia pode ser facilmente entendida através de um exemplo:[20] Suponha que temos um violão em nossa frente. Este violão tem certas propriedades, como ser feito de madeira, ter seis cordas, ter uma forma que lhe permite uma melhor acústica, ter uma certa cor, ter tarraxas de metal, etc. Façamos agora um exercício mental, retirando uma propriedade por vez. Primeiro retiremos as cordas, depois as tarraxas, depois a cor, depois a forma, depois a própria madeira e assim por diante. O que restará? A posição aristotélica é que sobrará a *substância* do violão, *i.e.*, aquilo que tem propriedades, mas que não pode ser propriedade de nada.

Para Aristóteles, portanto, se dizemos que duas coisas têm a mesma substância ou essência, então são *o mesmo* ser, *i.e.*, é a mesma coisa. Aristóteles traz com sua posição duas características importantes para o debate sobre a identidade: substância e propriedades. Um objeto pode ser idêntico a outro se tiver a mesma substância ou tiver as mesmas propriedades essenciais e individuadoras.

> Se isto é, e aquilo não é, então eles não são as mesmas entidades [no que diz respeito] ao ser. (Duns Scotus, *trad. nossa*)[21]

---

that all the same attributes are generally held to belong." (ARISTOTLE, 2012, (c.331 BCE), 179a37)

[19] "If any two items have a single substance [ousia, primary being] and a single what-it-is-to-be-that-thing [to ti en einai, essence], then they are themselves a single thing." (ARISTOTLE, 1999, (c.324 BCE), 1038b14)

[20] Nota-se que tal interpretação não é defendida por todos os comentadores de Aristóteles.

[21] "If this is, and that is not, then they are not the same entity in being." *(Ordinatio*, IV.11.3), *apud* (PASNAU, 2013, 25.3)

Podemos, com esta citação de Duns Scotus, interpretar duas teses importantes que a tradição filosófica assume sobre a identidade. Primeiro, se tivermos dois objetos e houver uma propriedade que um deles tem, mas o outro não, então esses objetos são *distintos* (*i.e.*, não-idênticos). Dito de outro modo, se os objetos têm *as mesmas* propriedades, então eles são *o mesmo* objeto. Chamaremos a característica de *ter as mesmas propriedades* de "indiscernibilidade". Ou seja, se dois objetos são idênticos, então eles são indiscerníveis.

O segundo ponto que vale salientar é a atribuição de verdade entre objetos idênticos. Se há algo verdadeiro sobre um objeto, mas falso sobre o outro, então eles são distintos. De outra forma, se dois objetos são idênticos, tudo que for verdadeiro sobre um também será verdadeiro sobre o outro. Essa característica chamaremos de "Substituição *Salva Veritate*". Isto é, se um objeto x é idêntico a um objeto y, e há uma proposição *verdadeira* (ou *falsa*) sobre x, então podemos substituir x por y nesta proposição e ela continuará *verdadeira* (ou *falsa*). Portanto, a substituição de termos tomados como idênticos em uma proposição sobre eles não alterará o valor de verdade desta proposição. Apesar da identidade ser uma relação entre objetos, o que é substituído são seus nomes.

> Na natureza não pode haver duas ou mais substâncias com a mesma natureza ou atributo. (Spinoza, *trad. nossa*)[22]

Baruch Spinoza, por fim, salienta que todos os objetos na natureza têm critérios de identidade únicos, remetendo tanto a Diógenes quanto a Aristóteles. Ou seja, tudo na natureza tem substâncias e propriedades que os identificam, e nada pode ter a mesma substância ou as mesmas propriedades sem que isso implique que sejam o mesmo objeto.

Como vimos, a tradição filosófica assume, de modo geral, que (i) todos os objetos mantêm identidade (seja através de sua substância ou suas propriedades); (ii) dois objetos são idênticos quando são indiscerníveis e reciprocamente; e, além disso, (iii) se dois objetos são idênticos, então toda proposição verdadeira (ou falsa) sobre um deles será também verdadeira (ou falsa) sobre o outro. No entanto, ainda que essas teses tenham aparecido em diferentes momentos na história, a tradição atribuiu ao filósofo alemão Gottfried Leibniz como aquele que unificou essa concepção. Atribuímos a ele, portanto, o modo como a tradição compreende a identidade.

[22] "In nature there cannot be two or more substances of the same nature or attribute." (SPINOZA, 2005, I Pr 05)

2.4.1 Leibniz e a Identidade

Gottfried Wilhelm Leibniz (1646-1716), além de um exímio matemático, foi um filósofo extremamente influente do período moderno. Em seus trabalhos filosóficos, Leibniz teria apresentado argumentos visando justificar a concepção tradicional da identidade. Tais argumentos, como a própria exposição da concepção tradicional da identidade, tornaram-se famosos. Em um primeiro momento, vejamos como Leibniz compreende a identidade.

> Não há nunca dois seres na natureza que são perfeitamente semelhantes, dois seres em que não é possível se descobrir uma diferença interna, isto é, uma fundada em denominações intrínsecas. [23]
>
> Por virtude de variações insensíveis, duas coisas individuais jamais podem ser perfeitamente semelhantes. [24]
>
> Coisas que diferem em localização devem expressar seus locais, isto é, eles devem expressas as coisas em seu entorno e, portanto, eles devem ser distinguidos não apenas pela localização, isto é, não por uma denominação extrínseca apenas, como é usualmente pensado. [25]
>
> É impossível haver dois particulares que são similares em todos os respeitos — por exemplo, dois ovos — para isto é necessário que algumas coisas possam ser ditas sobre um deles que não possa ser dito sobre o outro, pois de outra forma eles poderiam ser substituídos um pelo outro.[26]

Tradicionalmente a posição assumida por Leibniz é descrita através da chamada "Lei de Leibniz", usualmente apresentada como:

---

[23] "There are never two beings in nature that are perfectly alike, two beings in which it is not possible to discover an internal difference, that is, one founded on an intrinsic denomination." (LEIBNIZ, 1989, §9)

[24] "By virtue of insensible variations, two individual things can never be perfectly alike." (LEIBNIZ; REMNANT; BENNETT, 1996, Pref.)

[25] "Things that differ in place must express their place, that is, they must express the things surrounding, and thus they must be distinguished not only by place, that is, not by an extrinsic denomination alone, as is commonly thought." - Gottfried Leibniz (Letters to Burcher De Volder [1706])

[26] "It isn't possible to have two particulars that are similar in all respects — for example two eggs — for it is necessary that some things can be said about one of them that cannot be said about the other, else they could be substituted for one another." - Gottfried Leibniz (Works [1690]) citado por (WIGGINS, 1980, 2.2)

Lei de Leibniz - Os objetos são idênticos se, e somente se, são indiscerníveis.

Nesta acepção a identidade é definida em termos da indiscernibilidade (que, como dito antes, significa *ter as mesmas propriedades* ou *atributos*). No entanto, a Lei de Leibniz pode ser analisada como a conjunção de duas diferentes teses:

Indiscerniblidade dos Idênticos - Se objetos são idênticos, então eles são indiscerníveis.

Identidade dos Indiscerníveis - Se objetos são indiscerníveis, então eles são idênticos.

A *Indiscernibilidade dos Idênticos* é a tese que se x e y são numericamente idênticos (ou seja, são *o mesmo*; ou denotam o mesmo objeto), então toda propriedade ou proposição atribuído a x será também propriedade ou proposição atribuída a y (e vice-versa). Já a *Identidade dos Indiscerníveis* é a tese que, se x e y são indiscerníveis (ou seja, toda propriedade ou proposição atribuída a x é também propriedade ou proposição atribuída a y), então x e y são, também, numericamente idênticos (ou seja, são *o mesmo* objeto).

No entanto, a *Lei de Leibniz* não parece ser uma verdade metafísica evidente — *clara e distinta* nos termos de Descartes. O que justificaria assumirmos que objetos idênticos são indiscerníveis, ou que objetos indiscerníveis são idênticos? Leibniz chega a esta conclusão a partir de dois princípios que ele toma como autoevidentes: o *Princípio da Não-Contradição* e o *Princípio da Razão Suficiente* (doravante "PRS").

O Princípio da Não-Contradição foi um princípio já elencado pelos filósofos e matemáticos gregos: dentre duas proposições, sendo uma a negação da outra, uma delas deverá ser falsa. Ou seja, não há contradições verdadeiras no mundo.[27] Deste modo, obtemos desta ideia que se uma certa proposição φ implica uma contradição (e.g., $\varphi \to \beta \wedge \neg\beta$), como contradições não podem ser verdadeiras (e dada a natureza da chamada "implicação material"), então a proposição φ será falsa. Essa ideia, chamada de "reductio ad absurdum" (ou, *redução ao absurdo*) foi perene em toda a filosofia e matemática clássica. Por exemplo, os

[27]É argumentável que o Princípio da Não-Contradição pressupõe a noção de identidade, de modo que derivar as *leis da identidade* a partir dele recairia em circularidade. Vamos assumir, tal como parece que Leibniz assumia, que o Princípio da Não-Contradição é, de algum modo, metafisicamente fundamental e que podemos, sem recair em circularidade, derivar a identidade a partir dele.

paradoxos de Zenão absorvem esta ideia, tal como diversas provas de teoremas em geometria também.

Já o PRS asserta que para tudo o que acontece, há de haver uma *razão suficiente* para ser assim e não de outro modo. Ou seja, suponhamos que é o caso que um evento A ocorra. Haverá, portanto, uma *razão suficiente F* que explique por que ocorreu A e não ocorreu não-A. Contudo, podemos distinguir dois tipos de acontecimento, nomeadamente, os necessários e os contingentes. Um acontecimento A é necessário se for impossível acontecer não-A; um acontecimento B é contingente se pudesse ocorrer não-B (ou seja, não-B é um acontecimento possível).[28]

Como, através destes dois princípios, Leibniz justifica que a identidade implica a indiscernibilidade? Suponha (por hipótese de *reductio ad absurdum*) que haja dois objetos, α e β que sejam qualitativamente similares (ou seja, têm todas as mesmas propriedades), mas α é diferente (não-idêntico) a β. Dado o Princípio de Razão Suficiente, haverá uma razão suficiente para a não-identidade entre α e β. Mas dada a exata similaridade qualitativa que há entre eles, não poderá haver tal explicação. Há algumas diferentes formas que Leibniz tenta derivar a indiscernibilidade dos idênticos a partir do Princípio de Razão Suficiente e do Princípio da Não-Contradição.[29] Não pretendemos nos ater a uma exegese dos argumentos de Leibniz, mas iremos oferecer dois argumentos aproximados. Um argumento se seguiria trivialmente:

a.1 Sejam β e α não-idênticos, mas indiscerníveis.

a.2 Se β e α são indiscerníveis, então eles têm todas as mesmas propriedades.

a.3 α expressa a qualidade de *ser idêntico a* α, uma vez que todo objeto é numericamente idêntico a si mesmo.

a.4 Se β tem todas as mesmas propriedades de α, então β tem a propriedade de *ser idêntico a* α.

a.5 Obtemos que β é idêntico a α e β é não-idêntico a α.
— Como isto é uma contradição, segue-se que devemos negar a proposição que assumimos inicialmente (de acordo com o Princípio da Não-Contradição) -

[28] Poderíamos nos deter com mais cuidado na explicação desses *operadores modais* (*necessidade*, *possibilidade* e *contingência*), todavia, vou supor que o leitor compreende (ainda que informalmente) o significado destes conceitos.

[29] *ver* (RODRIGUEZ-PEREYRA, forthcoming)

a.6 Logo, ou é o caso de β e α serem idênticos; ou β e α são discerníveis.

A conclusão (a.6) se segue trivialmente uma vez que a premissa (a.3) pressupõe como qualidade dos objetos a auto-identidade. Mas isso é questionável. Podemos formular um outro argumento (novamente, apenas baseado nos argumentos de Leibniz, sem nos comprometermos com uma análise exegética):

b.1 Sejam β e α não-idênticos, mas indiscerníveis.

b.2 Sendo α um ponto distinto de β, então α poderia estar em um ponto do espaço e_1 e β em e_2 (chamemos essa circunstância como "A").

b.3 A posição espacial de α e β são fatos contingentes, uma vez que seria possível que eles ocupassem outro local do espaço.

b.4 Portanto, seria possível que β estivesse em e_1 e α em e_2 (chamemos essa circunstância como "B").

b.5 De acordo com o PRS, para todo acontecimento há uma razão que explique por que ocorreu desse modo e não de outro.

b.6 É o caso que A. Portanto, haverá uma razão que explique por que A e não outra circunstância, como B.

b.7 Mas as circunstâncias A e B são indiscerníveis, uma vez que a alteração espacial de α por β não alterará nada, pois eles são indiscerníveis.

b.8 Não há, portanto, uma razão suficiente que explique por que A e não-B; ou B e não-A.

b.9 Isso fere o PRS, portanto, ou é o caso que β e α sejam idênticos, ou é o caso deles serem discerníveis.

Esse argumento pode ser objetado pela premissa (b.3). É argumentável que a posição espacial que um objeto ocupa expressa uma propriedade extrínseca que ele instancia. Por exemplo, se α está na posição espacial e_1, então α tem a propriedade de *estar em* e_1. Se α e β são indiscerníveis, então será falso que β possa estar em outra posição, uma vez que ele tem todas as mesmas propriedades de α (inclusive a propriedade de *estar em* e_1).[30] Podemos reformular esse argumento recorrendo a mundos-possíveis.

c.1 Sejam β e α não-idênticos, mas indiscerníveis.

c.2 Digamos que α existe no mundo-atual (chamaremos de "M_1"), mas há um mundo-possível M_2 que β existe ao invés de α.

c.3 De acordo com o PRS, para tudo o que há, existe uma razão para ser assim e não de outro modo.

c.4 M_1 e M_2 são indiscerníveis.

c.5 Logo, não há uma razão suficiente que explique por que é o caso de M_1 e não M_2.

c.6 Isto fere o PRS, portanto, ou é o caso que β e α sejam idênticos, ou é o caso deles serem discerníveis.

Novamente, este argumento pode ser objetado, agora pela premissa (c.2). É argumentável que se um objeto existe em um mundo-possível (*e.g.*, x existe em M_n), então ele instancia a propriedade de existir nesse mundo (*i.e.*, x teria a propriedade de *existir em* M_n). Tal como se segue com a objeção do argumento anterior, não seria possível α ser indiscernível de β e eles existirem em mundos-possíveis diferentes. Chamaremos essa objeção de "contra identidade transmundana".

Essa objeção, contudo, sofre fortes questionamentos, pois assume que há propriedades modais como *existir em um mundo-possível*. Se for esse o caso, por exemplo, então haveria problemas em expressar casos de possibilidades. Por exemplo, é o caso que Aristóteles foi aluno de Platão, mas é *possível* que Aristóteles não fosse o aluno de Platão. Uma análise modal deste caso seria: é verdade, no mundo-atual, que Aristóteles foi aluno de Platão; mas existe um mundo-possível, acessível a partir do mundo-atual, no qual Aristóteles não é aluno de Platão. Para tal análise fazer sentido, pressupõe-se que o Aristóteles que existe no mundo-atual é *o mesmo* Aristóteles que existe em outros mundos-possíveis (ou seja, há aquilo que se chama de "identidade transmundana"). No entanto, se existem tais propriedades modais, o Aristóteles do mundo-atual teria a propriedade de *existir no mundo-atual* (*i.e.*, existe em M_1); já o Aristóteles que existe no mundo-possível (chamemos esse mundo de

[30] Pode-se argumentar que tais objetos serão idênticos através do *Princípio da Impenetrabilidade*, *i.e.*, dois objetos distintos não podem ocupar o mesmo lugar no espaço-tempo.

M_2) teria a propriedade de *existir em* M_2, e não teria a propriedade de *existir no mundo-atual*. Isso traria problemas, uma vez que (assumindo a *Indiscernibilidade dos Idênticos*), o Aristóteles do mundo-atual não é *o mesmo* Aristóteles de M_2 (o que vai contra a maior parte das nossas intuições modais).[31]

Esse problema que a objeção *contra identidade transmundana* enfrentaria teria como dificuldade o fato de assumir a Indiscernibilidade dos Idênticos para concluir que o Aristóteles do mundo-atual seria diferente do Aristóteles em outro mundo-possível. Aquele que apresenta a objeção *contra identidade transmundana* poderá responder esse problema do seguinte modo: A objeção *contra a identidade transmundana* põe em causa exatamente que a Indiscernibilidade dos Idênticos não é razoável para analisar a identidade. Todavia, o problema apresentado pressupõe a Indiscernibilidade dos Idênticos para concluir que o Aristóteles no mundo-atual é diferente (não-idêntico) ao Aristóteles de outro mundo-possível (uma vez que eles instanciam propriedades modais diferentes). Mas isso é uma petição de princípio, *i.e.*, está pressupondo o que está em causa.

Essa discussão, ainda que seja empolgante, fugirá das discussões que pretendo seguir (*viz.*, o debate sobre a fundamentalidade da identidade). Portanto, não pretendo seguir a discussão, mas espero que tenha ficado claro o que se entende pela TTI. Caso não, façamos um pequeno resumo. A TTI assume que:

- A identidade é um conceito fundamental, uma vez que todos os objetos têm critérios de identidade (ainda que por vezes não possamos expressá-los, por limitações epistêmicas).

- A identidade pode ser compreendida em termos de substância, propriedades ou aquilo que determina a natureza de um certo objeto, o que dependerá da teoria metafísica assumida:

a Dois objetos são idênticos se, e somente se, tiverem a mesma substância.

b Dois objetos são idênticos se, e somente se, instanciarem as mesmas propriedades.

A *Teoria Tradicional da Identidade* influenciou uma grande parte da tradição filosófica. Kripke, em seu famoso argumento a favor do *Ne-*

[31] Há casos que não veem problemas com isso, como na metafísica de David Lewis, onde os objetos entre mundos-possíveis não seriam idênticos, mas apenas *muito similares*. Ele chama tais objetos, similares aos objetos que existem no mundo atual, de "contrapartes".

cessário A Posteriori, pressupõe a análise oferecida pela TTI.[32] Quine, por exemplo, dizia:

> Temos uma noção aceitável de conjunto, de objeto físico, de atributo ou de qualquer outro tipo de objeto, somente na medida em que temos um princípio de individuação aceitável para aquele tipo de objeto. Não há entidade sem identidade.[33]

Podemos dizer, com segurança, que a TTI influenciou a tradição filosófica em compreender o conceito de identidade como uma relação entre objetos indiscerníveis. Mas não só, como veremos a seguir, a TTI teve um papel predominante no modo como o conceito de identidade é caracterizado nos sistemas formais *clássicos*.

2.5 TTI - ASPECTOS FORMAIS

A compreensão do conceito de identidade em sistemas formais clássicos, como a matemática ou lógica clássica, é *leibniziana*, no sentido de assumir ou incorporar algum aspecto da Lei de Leibniz como sendo o modo de caracterizar a relação de identidade (ou igualdade).[34] Informalmente, podemos dizer que nas teorias que assumem a *Teoria Tradicional da Identidade*, nenhum objeto é indiscernível de outro sem que isso resulte em serem os *mesmos* objetos (ou seja, sem que se assuma que os objetos são idênticos).

Não há um consenso sobre o que são sistemas formais clássicos, de modo que iremos compreender aqui a lógica clássica como sendo a lógica proposicional, lógica de predicados de *primeira ordem* (adiante apenas lógica de *primeira ordem*) com ou sem identidade (além de alguns de seus subsistemas), como também as extensões conservativas da lógica de primeira ordem, como a lógica de predicados de ordem superior (teoria dos tipos), além de teorias clássicas de conjuntos, como *Zermelo-Fraenkel* (ZF), *von Neumann-Bernays-Gödel* (NBG), entre outras.[35]

---

[32] *ver* (KRIPKE, 1972, 28-9) e (KRIPKE, 1971)

[33] *ver* (QUINE, 1981, p.102)

[34] Devemos notar que esta afirmação deve ser assumida com cautela, uma vez que pode haver teorias nas quais os objetos são indiscerníveis em seu vocabulário, mas não são idênticos.

[35] Devemos notar, portanto, que quando falarmos de *lógica* ou *lógica clássica* estamos assumindo o que se conhece como *grande lógica*, envolvendo todos os sistemas de modo geral; quando necessário, especificaremos explicitamente de qual sistemas estamos nos referindo.

A identidade nos sistemas clássicos é compreendida como uma relação binária (*i.e.*, relaciona dois elementos) usualmente designada pelo símbolo "=", garantindo as seguintes propriedades:

Reflexividade: $\alpha = \alpha$
Todo objeto é idêntico a si mesmo.

Simetria: Se $\alpha = \beta$, então $\beta = \alpha$
Dado os objetos α e β, se α é idêntico a β, então β é idêntico a α.

Transitividade: Se $\alpha = \beta$ e $\beta = \gamma$, então $\alpha = \gamma$
Dado os objetos α, β e γ, se α é idêntico a β, e β é idêntico a γ, então α é idêntico a γ.

Substitutividade: Se $\alpha = \beta$, então $(\varphi(\alpha) \rightarrow \varphi(\beta))$
Dado os objetos α e β, se α é idêntico a β, então se uma fórmula é satisfeita por α, ela será satisfeita por β (ou, se α tem um certo predicado, então β também tem este predicado).

Estas propriedades que a identidade deve preservar garantem que ela seja uma *relação de congruência*, *i.e.*, uma relação que *preserva as características dos objetos* relacionados. Estas propriedades da identidade garantem que se há uma proposição verdadeira acerca de um objeto denotado por "α", e α está na relação de igualdade com β ($\alpha = \beta$), então a mesma proposição será verdadeira acerca de β. Ao manter estas quatro características (que caracterizam uma *relação de congruência*), a identidade preserva as outras relações do sistema. Por exemplo, digamos que há em nossa linguagem uma relação binária R, que compreenderemos intuitivamente como sendo a relação de *ser pai de*. Portanto, interpretaremos *(x)R(z)* como sendo *x é pai de z*. Digamos agora que x é idêntico a y. Se é o caso que *(x)R(z)* e $x = y$, então se segue que *(y)R(z)*.

Compreendemos, portanto, que a relação de identidade deve ser uma congruência. No entanto, cada sistema formal específico oferecerá algum modo para caracterizar ou definir a identidade — preservando as quatro características apresentadas acima. Assim, há dois modos de se introduzir o conceito de identidade em um sistema formal: como (1) conceito primitivo; ou como (2) conceito definido. Ao adotar um conceito como primitivo, o sistema formal deve *definir implicitamente* esse conceito através dos axiomas oferecidos. Por exemplo, nas formulações usuais de ZF a relação de *pertinência* (denotada pelo símbolo "$\in$") é tomado como primitiva no sistema, e seu funcionamento fica *implícito* através de seu uso nos axiomas oferecidos. Já ao definir um conceito, deve-se encontrar uma fórmula da linguagem da teoria que expresse o que se quer com o conceito. Por exemplo, na Axiomática de Peano para a aritmética, axiomatizada sobre uma linguagem de primeira ordem, um dos conceitos usualmente adotados como primitivos é o conceito de *sucessor*, sendo algumas outras operações definidas em termos deste conceito. Como nota Krause (2002):

> Não há, em princípio, qualquer conceito matemático que não possa ser definido. (...) Na verdade, tudo depende da axiomática particular que se está adotando; um conceito pode ser primitivo (logo, não definido) numa axiomatização, mas definido em outra. (KRAUSE, 2002, pp.14-15)

2.5.1 (1) Identidade como conceito primitivo

Seja £ uma linguagem de primeira ordem[36], contendo um conjunto adequado de conectivos proposicionais (*e.g.*, $\neg$, $\wedge$, $\vee$, $\rightarrow$ e $\leftrightarrow$), quantificadores (*e.g.*, $\forall, \exists$), variáveis individuais (*e.g.*, x, x_1, ... x_n, y, y_1, ...), símbolos auxiliares (como os de pontuação, *e.g.*, parêntesis e chaves), como também símbolos específicos de cada teoria particular, como constantes individuais (*e.g.*, α, α_1, α_2, ... α_n, β, β_1, β_2, ...), símbolos para predicados (*e.g.*, P, Q, R, S, P_1, P_2, ... P_n, ...) e para operações. Um símbolo de predicado específico será "=", que chamaremos de "igualdade" ou "identidade". Os axiomas correspondentes ao símbolo da igualdade (que irá *definir implicitamente* a igualdade) serão:

(Reflexividade) $\forall x(x = x)$
Para todo$x$, x é idêntico a x

(Substitutividade) $\forall xy(x = y \rightarrow (P(x) \rightarrow P(y)))$
Para todo x e y, se x é idêntico a y, e *P(x)* é uma fórmula qualquer que contém x livre, então *P(y)* resulta de *P(x)* pela substituição de x por y em algumas das ocorrências livres de x, desde que y seja livre para x em *P(x)*.

Através destes dois axiomas (e os demais da lógica elementar) podemos obter como teorema que a identidade é simétrica e transitiva.[37]

[36] *ver* (MENDELSON, 2010, cap.2), (KLEENE, 2002, cap.2)
[37] *ver* Seção A.1 em Apêndice A na página 107

Devemos salientar alguns aspectos do Axioma da Substitutividade. O Axioma da Substitutividade é, na verdade, um *esquema de axiomas*. Em uma linguagem de primeira ordem não quantificamos sobre predicados, de modo que o termo "P" poderá ser substituído por qualquer fórmula que consta na linguagem. O axioma da Substitutividade pode ser informalmente compreendido como, se os termos x e y têm o mesmo referente, *i.e.*, são idênticos, então podemos substituir os termos quando eles ocorrem sem que com isso o valor de verdade da proposição seja alterado. Ou seja, se temos a proposição *x é vermelho* e x é idêntico a y, então a substituição do termo x pelo termo y nesta proposição, *y é vermelho*, manterá o valor de verdade. Se *x é vermelho* é verdadeiro, então *y é vermelho* continuará verdadeiro após a substituição; Se *x é vermelho* é falso, então *y é vermelho* continuará falso após a substituição. Portanto, esse axioma é normalmente conhecido como "Substituição *Salva Veritate*", em virtude de que a substituição de termos co-referenciais "salva o valor de verdade" da proposição. Outra nota importante é que a *Substituição Salva Veritate* falha nos contextos opacos[38].

2.5.2 (2) Identidade como conceito Definido

Há pelo menos dois modos de definir a identidade na lógica clássica. O primeiro método permite definirmos o conceito de identidade em uma linguagem de primeira ordem, no entanto, o segundo método de definir a identidade que iremos apresentar, só é aplicável para uma linguagem de ordem superior.

Método de Quine

O primeiro método que iremos apresentar, que chamaremos de "método de Quine".[39], define o conceito de identidade através do *esgotamento* dos predicados de uma dada linguagem. Esse método é aplicável apenas a linguagens de primeira ordem, desde que haja um número finito de constantes de predicados — como veremos. Esse método visa introduzir a identidade em uma dada linguagem através da indiscernibilidade dos termos individuais perante todos os predicados desta linguagem.

[38] *ver* nota 8 na página 69

[39] *ver* (QUINE, 1986, pp.63-4) Este método, todavia, é atribuído a Hilbert e Bernays.

Seja novamente £ uma linguagem de primeira ordem, contendo um conjunto adequado de conectivos proposicionais, quantificadores, variáveis individuais, símbolos auxiliares, como também símbolos específicos de cada teoria particular, como constantes individuais e, particularmente, símbolos para predicados. Digamos que £ contenha um número finito de predicados, por exemplo, um predicado unário P, dois predicados binários R e S e um predicado ternário Q. Iremos introduzir o conceito de identidade como um predicado binário (ou relação binária), definindo em termos dos predicados P, R, S e Q. Ou seja, $x = y$ será definido como:

$$\forall xy[(Px \leftrightarrow Py) \wedge \forall z\ ((Rzx \leftrightarrow Rzy) \wedge (Rxz \leftrightarrow Ryz) \wedge (Szx \leftrightarrow Szy) \wedge (Sxz \leftrightarrow Syz) \wedge \forall w\ (Qwzx \leftrightarrow Qwzy) \wedge (Qwxz \leftrightarrow Qwyz) \wedge (Qxwz \leftrightarrow Qywz)]$$ [40]

Basicamente, este seria um método de *força bruta* (*exaustão*), uma vez que força que a identidade seja definida em termos de uma fórmula que conste todos os predicados da linguagem.[41] O que esse método diz sobre a identidade é que, quando dois termos estão relacionados pela identidade (quando x é idêntico a y), esses termos são indiscerníveis para todos os predicados da linguagem. Este método tem como desvantagem que só é aplicável a linguagens com um número finito de predicados, no entanto, ele é capaz de eliminar a identidade da linguagem em prol de um predicado extremamente complexo.[42] Através deste método também obtemos que a identidade é uma congruência, satisfazendo as propriedades de ser simétrica, reflexiva e transitiva.[43]

Método Tradicional

O Método de Quine, ainda que nos permita definir o conceito de identidade tanto em uma linguagem de primeira ordem (e não apenas assumir esse conceito como primitivo) como em linguagens de ordem superior, tem algumas desvantagens. Por outro lado, o segundo método que iremos apresentar só é capaz de definir a identidade em linguagens

[40] Omitimos os parênteses entre as variáveis individuais para facilitar a leitura.

[41] Nota-se, contudo, que o que é propriamente definido é a indiscernibilidade relativa aos predicados da linguagem.

[42] Uma vez que o método de exaustão proposto por Quine implica em uma fórmula contendo todos os predicados da linguagem, se houver um conjunto infinito de predicados, tal fórmula terá um comprimento infinito. Algo a ser investigado é se tal processo seria possível em uma *lógica infinitária*. Para Lógicas Infinitárias *ver* (BELL, 2012). Para as desvantagens do método de Quine *ver* (SAVELLOS, 1990, pp.477); (BÉZIAU, 2003) e capítulo 5.1.1 pp.76

[43] *ver* Seção A.2 em Apêndice A na página 108

de ordem superior (uma vez que exige a quantificação sobre predicados). O método tradicional de se definir a identidade em uma linguagem de ordem superior (assumiremos uma linguagem de segunda-ordem) segue do seguinte modo:

$$(x = y) =_{def} \forall P[P(x) \leftrightarrow P(y)]$$

Onde x e y percorrem os termos individuais da linguagem e P sobre os predicados.[44] Esta definição diz que se dois indivíduos são numericamente idênticos, então eles compartilham todas as mesmas propriedades. Como podemos ver, esta parece ser uma interpretação mais caridosa da *Lei de Leibniz*. Devemos notar que podemos tomar a identidade como um conceito primitivo em uma linguagem de ordem superior com o seguinte axioma:

$$\forall x \forall y[(x = y) \leftrightarrow \forall P(P(x) \leftrightarrow P(y))]$$

Esta fórmula pode ser introduzida na linguagem como um axioma, compreendendo assim a identidade como um conceito primitivo. Se o fizéssemos, deveríamos ter apresentado este axioma entre os métodos expostos acima, na parte que compreende o conceito de identidade como primitivo. No entanto, é argumentável que, uma vez que uma teoria tem capacidade expressiva para definir um conceito, é formalmente — e, para um realista quanto a natureza da lógica, também seria ontologicamente — mais econômico definir tal conceito ao invés de tomá-lo como primitivo. Esta ideia poderia ser expressa como uma espécie de *navalha de Ockham* aplicado a sistemas formais: Quanto menor o conjunto de conceitos primitivos adotados por uma teoria, melhor. Não irei me focar nessa discussão, mas assumirei esta posição aqui.

2.5.3 Um Caso Particular: Teoria Axiomática de Conjuntos

Um caso particular que devemos salientar é como a identidade é usualmente tratada na teoria axiomática de conjuntos (tomaremos o caso particular da teoria de *Zermelo-Fraenkel* (ZF)). Seja ZF uma teoria formada a partir de uma lógica elementar (de primeira ordem) com identidade.[45]

[44] Devemos notar que "$=_{def}$" é uma abreviação para "é, por definição", sendo este símbolo metateórico, não pertencendo assim à linguagem objeto de análise.

[45] Como vimos anteriormente, a identidade, simbolizada por "$=$", é tomada como um símbolo não-lógico que adicionamos em uma linguagem elementar como especifico da teoria que estamos tratando. Aqui, no entanto, vamos assumir a identidade

Seja, portanto, £ uma linguagem de primeira ordem contendo um conjunto adequado de conectivos proposicionais, quantificadores, variáveis individuais, símbolos auxiliares (como os de pontuação). Além do alfabeto da lógica elementar, adicionemos a essa linguagem um símbolo que representa um conceito específico de ZF, que será a *pertinência* (simbolizada por "$\in$").[46] Teremos agora os axiomas da lógica elementar de primeira ordem (com os axiomas que regem a identidade, *i.e.*, o Axioma da Reflexividade e o Axioma da Substituição *Salva Veritate*), e adicionaremos os axiomas de ZF. Um axioma de ZF em particular é o chamado Axioma da Extensionalidade:

A.E.: $\forall A \forall B(\forall X(X \in A \leftrightarrow X \in B) \rightarrow A = B)$

Esse axioma diz que, dado dois conjuntos A e B, se todos os elementos (denotados por *"X"*)[47] que pertencem a A também pertencem a B, então os conjuntos A e B são idênticos. Ou seja, a identidade de um conjunto é determinada pelos elementos que a ele pertencem. Se dois conjuntos têm os mesmos elementos, então são *o mesmo* conjunto.

Devemos notar que a identidade é usada nesse axioma, de modo que nesta formulação do Axioma da Extensionalidade a identidade é assumida como já definida (ou primitiva) para a lógica que serve de base para a criação da teoria — no caso, como já dito acima, tomamos a identidade como primitiva para a lógica elementar.[48]

Através do Axioma da Substituição *Salva Veritate*, que já assumimos em nossa linguagem, podemos obter a fórmula conversa do Axioma da Extensionalidade:

Conversa do A.E.: $\forall A \forall B(A = B \rightarrow \forall X(X \in A \leftrightarrow X \in B))$

Em alguns tratamentos da teoria axiomática de conjuntos se assume como base uma lógica elementar *sem* identidade. Ou seja, não teríamos a identidade como símbolo da lógica, tampouco os axiomas da Reflexividade e da Substituição *Salva Veritate*. Nesta teoria subjacente, portanto, não poderíamos expressar relações de identidade entre

---

como um símbolo lógico.

[46] A compreensão de *predicados* como conjuntos é usual para teorias extensionais, como ZF, em virtude do *Axioma da Separação*: $\exists y \forall x(x \in y \leftrightarrow P(x))$

[47] Na teoria ZF só existem conjuntos, de modo que X é compreendido como um conjunto. Veremos à frente como lidarmos com uma teoria que, além de conjuntos, há *átomos* (ou *Urelemente*, tal como chamava Zermelo), que seriam objetos que podem ser elemento de conjuntos, mas que não são eles mesmos conjuntos.

[48] Poderíamos definir o conceito de identidade, em uma lógica elementar, através do Método de Quine. Mas, por ser mais usual assumir a identidade como conceito primitivo em uma linguagem de primeira ordem, preferimos esta formulação.

seus termos. Nesse caso, o Axioma da Extensionalidade seria exposto como uma definição particular do conceito da identidade.[49] Teríamos então, ao invés do Axioma da Extensionaldiade, a seguinte definição:

Def. de Identidade (ZF): $(A = B) =_{def} \forall X(X \in A \leftrightarrow X \in B)$

Com isso dizemos que dois conjuntos são idênticos (por definição) quando compartilham *os mesmos* elementos. Através da definição anterior e do Axioma da Extensionalidade nós conseguimos obter as propriedades de reflexividade, simetria, transitividade e substitutividade da identidade (o que a caracteriza como uma relação de congruência).[50]

Há, no entanto, axiomatizações alternativas de ZF. Como dito anteriormente, tudo o que é postulado em ZF são conjuntos. Todavia, podemos assumir a existência de *átomos* (Ou "ur-elementos"), que seriam elementos de conjuntos, mas que não são eles mesmos conjuntos. Deste modo, não faz sentido dizermos $X \in A$, se A for um átomo; enquanto que faz sentido dizermos que $A \in X$ (se X for um conjunto).[51] Podemos construir ZF *com* átomos (geralmente chamada de "ZFU"), no entanto precisamos alterar os axiomas usuais, os adequando a existência de átomos. O Axioma da Extensionalidade, em ZFU, deverá ser:[52]

A.E. *com átomos* $\forall_c A \forall_c B \forall x[(x \in A \leftrightarrow x \in B) \rightarrow A = B]$

Onde se compreende $\forall_c$ como uma qualificação do quantificador, que determina que esse quantificador opera apenas sobre conjuntos. Dito de outro modo, para todo conjunto A e todo conjunto B, se todo elemento x que pertence a A também pertence a B, então A é idêntico a B. Devemos notar que nesta formulação nós não assumimos que os elementos dos conjuntos, denotado por x, são ou não conjuntos, de modo que $\forall x$ quantifica tanto sobre conjuntos como também sobre átomos.

Podemos agora questionar que o Axioma da Extensionalidade em uma teoria dos conjuntos *com* átomos oferece um critério de identidade apenas para conjuntos. Pois A e B são idênticos uma vez que tenham os mesmos elementos; mas átomos, por definição, não têm elementos. Qual seria, portanto, o critério de identidade para átomos? Enquanto

[49] Particular pois seria o modo como a identidade seria definida *em* ZF, e não como ela seria definida para a lógica elementar subjacente.

[50] *ver* seção A.3 no Apêndice (pp. 109).

[51] Não devemos confundir um átomo com o conjunto-vazio, que não tem elementos. Ainda que átomos não tenham elementos, eles têm uma natureza diferente do conjunto-vazio (que é um conjunto).

[52] Irei suprimir os índices usuais para conjuntos e átomos para fins de exposição.

que conjuntos são idênticos se tiverem os mesmos elementos (sejam eles átomos ou conjuntos); átomos são idênticos se *pertencerem* aos mesmos conjuntos. Toma-se como axioma, então:

Id. de Átomos $\forall y \forall x[(x = y) \leftrightarrow \forall_c A(x \in A \leftrightarrow y \in A)]$

Devemos notar que isso é obtido como teorema para uma teoria dos conjuntos axiomatizada a partir de uma linguagem *com* identidade. Haja vista que, como dito, predicados são compreendidos como conjuntos (pelo Axioma da Separação ou axioma equivalente), e também compreendemos a identidade entre dois termos como *terem os mesmos predicados*, de modo que quaisquer objetos x e y que tiverem os mesmos predicados (ou seja, forem elementos dos mesmos conjuntos), serão idênticos. Todavia, se axiomatizarmos ZFU em uma lógica elementar *sem* identidade, deveremos então introduzir a identidade através da combinação do Axioma da Extensionalidade *com átomos* e da Identidade de Átomos em uma definição que introduza o símbolo da identidade. Algo como:

$$(x = y) =_{def} \forall z[(x \in z \leftrightarrow y \in z) \wedge \forall u(u \in x \leftrightarrow u \in y)]$$ [53]

2.6 LINGUAGEM, SEMÂNTICA E MODELOS

Foram apresentados até aqui os aspectos metafísicos e formais que envolvem a identidade. Devemos agora voltar nossa atenção para outros aspectos técnicos quanto a identidade em sistemas formais. Há uma distinção muito importante para teorias formais no que tange à sintaxe e semântica de uma linguagem. Compreenderemos aqui o termo "linguagem" envolvendo apenas a sintaxe de uma certa teoria, que incorpora o seu alfabeto, seus axiomas e regras de inferência. A sintaxe, desta maneira, abrange as características formais de uma teoria — a manipulação de fórmulas, escrita em um dado alfabeto e regimentada por axiomas, tendo as regras de inferência aquilo que determina como certas fórmulas podem ser inferidas de um conjunto de fórmulas sem infringir os axiomas.

Por outro lado, há o aspecto semântico de uma teoria, que compreende as possíveis interpretações que podemos oferecer para a linguagem descrita. Ou seja, oferecemos uma interpretação, atribuímos valores de verdade e apresentamos a noção de *dedução*. Por exemplo, a sintaxe da lógica proposicional clássica nos diz que se temos uma fórmula

[53] *ver* (FRAENKEL; BAR-HILLEL; LEVY, 1973, pp.27)

α e uma fórmula $\alpha \to \beta$, nós podemos inferir sintaticamente que β.[54] Esta regra de inferência só nos diz que se tivermos estas duas fórmulas (α e $\alpha \to \beta$), através da simples manipulação sintática das fórmulas nós obtemos β. No entanto, quando oferecemos uma interpretação (e atribuímos valores de verdade), podemos explicar essa mesma regra (na semântica *standard* da lógica proposicional clássica) da seguinte forma: em toda circunstância a qual atribuímos um *valor designado*[55] ao conjunto de fórmulas α e $\alpha \to \beta$, podemos deduzir deste conjunto que a fórmula β tem também um valor designado. Ou seja, a abordagem semântica da regra de Eliminação da Implicação é que ela preserva valores designado das fórmulas. Dito de forma mais simples, em toda circunstância que tomarmos como verdadeiras as fórmulas α e $\alpha \to \beta$, a fórmula β também será tomada como verdadeira.

Há, contudo, uma outra noção de extrema importância para teorias formais, que é a noção de *modelo*. Um modelo para certa linguagem é uma estrutura (compreendida como um certo conjunto de objetos, que chamaremos de "domínio", certas relações entre os objetos desse conjunto, uma função que interpretará os símbolos de nossa linguagem com os objetos de nossa estrutura), de tal forma que essa estrutura *satisfaz* os axiomas dessa lógica. Por exemplo, imagine que temos uma certa linguagem de primeira ordem *sem* identidade, e introduzimos nesta linguagem um predicado binário R e três axiomas que *definem implicitamente* este predicado, sendo eles:

(A) $\forall x((x)R(x))$

(B) $\forall x \forall y((x)R(y) \to (y)R(x))$

(C) $\forall x \forall y \forall z[((x)R(y) \wedge (y)R(z)) \to ((x)R(z))]$

Ou seja, o predicado R é uma *relação de equivalência*, sendo que o axioma (A) nos diz que R é reflexivo (todo objeto está R-relacionado consigo mesmo); o axioma (B) nos diz que R é simétrico (se x está R-relacionado com y, então y está R-relacionado com x); e o axioma (C) nos diz que R é transitivo (se x está R-relacionado com y e se y está R-relacionado com z, então se x está R-relacionado com z). Agora vamos fornecer três estruturas diferentes, duas que sirvam como modelos para

[54] Esta regra é conhecida como Eliminação da Implicação ou, na terminologia medieval, *modus ponendo ponens*

[55] A semântica *standard* da lógica proposicional clássica é bivalente, *i.e.*, há dois (e apenas dois) valores de verdade, nomeadamente, *verdadeiro* e *falso*. O valor designado para esta semântica é o valor *verdadeiro*.

essa nossa linguagem com a relação R e uma estrutura que *não modele* nossa linguagem.

A primeira será uma estrutura que terá como domínio o conjunto de todas as pessoas do planeta Terra e a relação dessa estrutura será a *identidade* (devemos também oferecer uma função interpretação, que nos dirá que as variáveis individuais percorrem o domínio oferecido — ou seja, iremos quantificar sobre nosso conjunto de pessoas — e também determina a interpretação das constantes individuais como elementos do domínio e o predicado binário R em nossa linguagem como sendo a relação de identidade em nossa estrutura). Formalmente, teríamos então algo como uma tripla-ordenada $\langle D, R^1, \rho \rangle$, onde D é nosso domínio (o conjunto de todas as pessoas do planeta), R^1 é o conjunto de pares-ordenados de elementos do nosso domínio (ou seja, pessoas), tal que o primeiro-elemento do par-ordenado é *igual* ao segundo-elemento (*e.g.* $\langle Pedro, Pedro \rangle$, sendo "Pedro" o nome de um dos elementos de D), e ρ é a função interpretação que "ligará" nossa linguagem a nossa estrutura. Podemos facilmente perceber que essa estrutura é um modelo para nossa linguagem, pois tal estrutura *satisfaz* os axiomas de nossa linguagem. Toda pessoa é idêntica a si mesmo (satisfaz o axioma (A)); se uma pessoa que chamamos de "x" é *idêntica* a uma pessoa que chamamos de "y", então y é idêntico a x (satisfaz o axioma (B)); e se uma pessoa que chamamos de "x" é *idêntica* a uma pessoa que chamamos de "y" e "y" é idêntico a quem chamamos de "z", então x é idêntico a z (satisfaz o axioma (C)).

Vejamos uma outra estrutura, cujo domínio é novamente o conjunto de todas as pessoas da Terra, mas a relação dessa estrutura será a relação de *nasceu no mesmo dia* (ou *ter a mesma data de aniversário*). Formalmente, teríamos então algo como uma tripla-ordenada $\langle D, R^2, \rho \rangle$, onde D é nosso domínio (o conjunto de todas as pessoas do planeta), R^2 é o conjunto de pares-ordenados de elementos do nosso domínio (ou seja, pessoas), tal que o primeiro-elemento do par-ordenado *nasceu no mesmo dia que* o segundo-elemento (*e.g.* $\langle Pedro, Maria \rangle$, sendo "Pedro" e "Maria" nomes de elementos de D que nasceram no mesmo dia), e ρ é a função interpretação que "ligará" nossa linguagem a nossa estrutura. Por incrível que pareça essa estrutura também será modelo para nossa linguagem, uma vez que tal estrutura também *satisfaz* os axiomas de nossa linguagem. Toda pessoa *nasceu no mesmo dia* que si mesmo (satisfaz o axioma (A)); Se uma pessoa x *nasceu no mesmo dia* que uma pessoa y, então y *nasceu no mesmo dia* que x (satisfazendo o axioma (B)); e, por fim, se x *nasceu no mesmo dia* que y, e y *nasceu no mesmo dia* que uma pessoa z, então x *nasceu no* *mesmo dia* que z. Ou seja, o predicado R de nossa linguagem pode ser interpretada como a relação R^2 dessa nossa estrutura, haja vista que R^2 satisfaz os axiomas de R.

Por fim, vejamos uma estrutura diferente, cujo domínio seja mais uma vez o conjunto de todas as pessoas da Terra, mas a relação dessa estrutura será a de *ser pai de*. Formalmente, teríamos então algo como uma tripla-ordenada $\langle D, R^3, \rho \rangle$, onde D é nosso domínio (o conjunto de todas as pessoas do planeta), R^3 é o conjunto de pares-ordenados de elementos do nosso domínio (ou seja, pessoas), tal que o primeiro-elemento do par-ordenado *é pai do* segundo-elemento (*e.g.* $\langle Pedro, Marcos \rangle$, sendo "Pedro" e "Marcos" nomes de elementos de D tal que Pedro é pai de Marcos), e ρ é a função interpretação que "ligará" nossa linguagem a nossa estrutura. Essa estrutura não satisfaz os axiomas de nossa linguagem. Podemos ver isso rapidamente ao pensarmos nos axiomas (A) e (B). Não é o caso que todas as pessoas sejam *pais* de si mesmas (ou seja, essa estrutura não satisfaz o axioma (A)); Além do mais, se uma pessoa, que chamaremos de "x", é *pai* de uma pessoa que chamaremos de "y", então y não será pai de x (ou seja, essa estrutura não satisfaz o axioma (B)). A transitividade também não se seguirá. Portanto, essa é uma estrutura que não satisfaz os axiomas de nossa linguagem, não sendo então um modelo para ela.

Podemos caracterizar a *Teoria de Modelos* como o estudo das diversas estruturas que satisfazem os axiomas de uma certa linguagem de primeira ordem, compreendendo como tais estruturas se relacionam, as propriedades que tais modelos preservam e também como se dá a relação entre a linguagem e seus modelos. Em outros termos, Teoria de Modelos tenta compreender as relações entre os aspectos sintáticos e semânticos de uma dada linguagem de primeira-ordem. Como dizem Chang e Keisler (2012):

> Outro ponto que dá unidade à teoria de modelos é a distinção entre *sintaxe* e *semântica*. A sintaxe se refere à estrutura puramente formal de uma linguagem — por exemplo, o comprimento de uma sentença e a coleção de símbolos que ocorrem em uma sentença são propriedades sintáticas. A semântica se refere à interpretação, ou significado, de linguagens formais — a verdade ou falsidade de uma sentença em um modelo é uma propriedade semântica. Como iremos ver, muito da teoria de modelos lida com a interação de ideias sintáticas e semânticas. (CHANG; KEISLER, 2012,

pp.3)[56]

2.6.1 Identidade e Diagonal do Domínio

Após essa sucinta abordagem sobre a distinção entre linguagem, semântica e modelo, lancemos nossos olhos a um aspecto importante que a identidade deve preservar, nomeadamente, ser interpretada como a *diagonal do domínio* da estrutura que modele nossa linguagem. Para compreendermos o que é a *diagonal* de algum domínio, faz-se mister compreendermos um pouco mais do formalismo empregado.

Como dito anteriormente, quando modelamos uma linguagem nós teremos uma *função interpretação*, que irá nos estipular a relação entre nossa linguagem e a estrutura oferecida. Deste modo, quando temos uma certa constante individual em nossa linguagem, a função interpretação irá nos dizer qual objeto de nossa estrutura (que pertence ao domínio) "representará" a nossa constante; já no caso dos predicados unários de nossa linguagem a função interpretação irá nos apontar um conjunto cujos elementos pertençam também ao domínio. Por exemplo, suponha que tenhamos em nossa linguagem um predicados unário P, um predicado binário Q e três constante individuais, α, β e γ, obtendo que $P(\alpha)$ e $P(\beta)$, $(\alpha)Q(\gamma)$ e $(\gamma)Q(\beta)$. Digamos agora que ofereceremos uma estrutura Ω que vise modelar nossa linguagem, sendo seu domínio o conjunto $D = \{a, b, c\}$, teremos também uma função interpretação, que será simbolizada por ρ, a qual atribuirá, aos termos de nossa linguagem, elementos de nossa estrutura Ω. Por exemplo, iremos interpretar α como sendo o objeto a de nossa estrutura, tal como iremos interpretar β como sendo o elemento b e γ como c:

$$\rho(\alpha) = a$$

$$\rho(\beta) = b$$

$$\rho(\gamma) = c$$

Temos, agora, que oferecer uma interpretação para nossos predicados. Em nossa estrutura os predicados unários da linguagem serão

[56] "Another point which gives model theory unity is the distinction between *syntax* and *semantics*. Syntax refers to the purely formal structure of the language — for instance, the length of a sentence and the collection of symbols occurring in a sentence, are syntactical properties. Semantics refers to the interpretation, or meaning, of the formal language — the truth or falsity of a sentence in a model is a semantical property. As we shall soon see, much of model theory deals with the interplay of syntactical and semantical ideas." (CHANG; KEISLER, 2012, pp.3)

interpretados como conjuntos, cujos elementos serão os objetos que pertencem ao domínio. Facilmente podemos compreender o predicado P, que será interpretado por um conjunto A, composto por a e b.

$$\rho(P) = A$$

$$A = \{a, b\}$$

No entanto, os predicados de aridade maior que *um* deveremos tomar cuidado. Pense na relação *ser pai de*, dita anteriormente. Existe uma enorme diferente entre Pedro *é pai de* Maria e Maria *é pai de* Pedro. Portanto, devemos notar que os predicados de aridade superior a *um* devem preservar a ordem a qual seus termos estão relacionados. Em virtude disto, a interpretação de um predicado binário, por exemplo, não pode ser simplesmente um conjunto qualquer. Pois um conjunto $B = \{a, c\}$ é idêntico ao conjunto $B' = \{c, a\}$, de modo que se interpretarmos o predicado $(\alpha)Q(\gamma)$ como sendo o conjunto B, então a ordem da relação não será preservada — de modo que $(\gamma)Q(\alpha)$ também seria verdadeiro. Pense, por exemplo, que o predicado Q fosse a relação de *ser pai de.* Isso iria nos trazer problemas, pois enquanto estaria correto dizer que α é pai de γ, seria falso que γ é pai de α. A solução disto é interpretar os predicados de aridade superior a *um* como sendo *relações* de elementos do nosso domínio.

Mas o que é uma *relação* propriamente dita? Relações podem ser compreendidas como um conjunto cujos elementos são conjuntos ordenados, *i.e.*, conjuntos cuja a ordem de seus elementos são relevantes para determinar o conjunto. Por exemplo, um conjunto ordenado $C = \langle a, c\rangle$ será diferente do conjunto $C' = \langle c, a\rangle$ (assumindo que a é diferente de c) em virtude da ordem de seus elementos.[57] Uma relação, portanto, será um subconjunto do *produto cartesiano* do domínio de nossa estrutura. Mas o que seria um produto cartesiano? Formalmente um produto cartesiano é:

$$A \times B = \{\langle a, b\rangle \mid a \in A, b \in B\}$$

Isto é, o produto cartesiano dos conjuntos A e B é o conjunto de todos os pares-ordenados que se possam formar cujo o primeiro elemento pertença ao conjunto A e o segundo ao conjunto B. Por exemplo, suponha que $A = \{x, y, z\}$ e $B = \{1, 2, 3\}$. O produto cartesiano de $A \times B$ pode ser facilmente visualizado do seguinte modo:

[57] Conjuntos ordenados com dois elementos serão chamados de "par-ordenado", com três elementos de "tripla-ordenada" e assim por diante.

$A \times B$	1	2	3
x	$\langle x, 1\rangle$	$\langle x, 2\rangle$	$\langle x, 3\rangle$
y	$\langle y, 1\rangle$	$\langle y, 2\rangle$	$\langle y, 3\rangle$
z	$\langle z, 1\rangle$	$\langle z, 2\rangle$	$\langle z, 3\rangle$

Tabela 1 – Produto Cartesiano de AxB

No caso, o produto cartesiano que nos interessa é composto por elementos do domínio de nossa estrutura (*viz.*, $D = \{a, b, c\}$). Teremos, portanto, o *produto cartesiano de* D:

$D \times D$	a	b	c
a	$\langle a, a\rangle$	$\langle a, b\rangle$	$\langle a, c\rangle$
b	$\langle b, a\rangle$	$\langle b, b\rangle$	$\langle b, c\rangle$
c	$\langle c, a\rangle$	$\langle c, b\rangle$	$\langle c, c\rangle$

Tabela 2 – Produto Cartesiano de D

Sendo $D \times D$ o conjunto de todos esses pares-ordenados. Em nossa linguagem, como dito antes, temos um predicados unário P, um predicado binário Q e três constante individuais, α, β e γ, tais que $P(\alpha)$ e $P(\beta)$, $(\alpha)Q(\gamma)$ e $(\gamma)Q(\beta)$. Fixamos a função interpretação como $\rho(\alpha) = a$, $\rho(\beta) = b$ e $\rho(\gamma) = c$ para as constantes individuais e $\rho(P) = A$, tal que $A = \{a, b\}$ para o predicado unário P. Precisamos interpretar agora o predicado binário Q. Façamos com que $\rho(Q) = R$, tal que R será uma relação dos elementos do domínio. Como dito, obtemos em nossa linguagem que $(\alpha)Q(\gamma)$ e $(\gamma)Q(\beta)$, de modo que R deverá ser um subconjunto específico do *produto cartesiano de* D, selecionando apenas os pares-ordenados $\langle a, c\rangle$ e $\langle c, b\rangle$. Ou seja:

$$\rho(Q) = R$$

$$R = \{\langle a, c\rangle, \langle c, b\rangle\}$$

De modo que quando interpretarmos as fórmulas de nossa linguagem em nossa estrutura, obteremos que o objeto que interpreta α em nossa estrutura (*viz.*, o elemento $a \in D$) está relacionado com o objeto que interpreta γ (*viz.*, o elemento $c \in D$); do mesmo modo que o objeto que interpreta γ está relacionado com o objeto que representa β (*viz.*, o elemento $b \in D$).

Compreendemos até agora os aspectos formais importantes para introduzirmos o que é a *diagonal do domínio*. Como dito, iremos interpretar as relações como subconjunto do produto cartesiano do domínio. A identidade é compreendida como um predicado binário, tal que o primeiro termo *é idêntico ao* segundo termo. A interpretação deste predicado deverá ser uma relação da estrutura que capte o que é chamado de "diagonal do domínio". Formalmente, a *diagonal do domínio* pode ser expressa como:

$$\Delta(A) = \{\langle a, a\rangle | a \in A\}$$

Isto é, a diagonal do domínio deverá selecionar todos os pares-ordenados do produto cartesiano do domínio tal que o primeiro elemento do par-ordenado é igual a seu segundo elemento. Tomemos como exemplo o domínio D da estrutura anterior, tal que $D = \{a, b, c\}$, a diagonal de D é facilmente observada em:

$D \times D$	a	b	c
a	$\langle a, a\rangle$	$\langle a, b\rangle$	$\langle a, c\rangle$
b	$\langle b, a\rangle$	$\langle b, b\rangle$	$\langle b, c\rangle$
c	$\langle c, a\rangle$	$\langle c, b\rangle$	$\langle c, c\rangle$

Tabela 3 – Diagonal de D destacada

Deste modo, a identidade, que é uma relação binária, deve ser definida na linguagem (seja explicitamente ou implicitamente) de modo que sua interpretação, nas estruturas que modelem essa linguagem, capte a Diagonal do Domínio. Como veremos nos capítulos seguintes, tais definições enfrentam dificuldades.

3 IDENTIDADE E SISTEMAS CONCEITUAIS

É argumentável que a identidade é um componente básico para todo sistema conceitual.[1] Em um sistema conceitual são oferecidas as definições dos termos que serão relacionamos, sendo advogado que o próprio ato de definir pressupõe uma relação de identidade entre o termo definido (*definiens*) e termo que o define (*definiendum*). Além disso, os conceitos serviriam para demarcar (ou limitar) os objetos de nosso discurso. Por exemplo, o conceito de *triângulo*, que pode ser definido como entidade geométrica com três lados, delimita os objetos que têm três lados. Ao utilizarmos um conceito, por conseguinte, nós determinamos os objetos a que podemos aplicar o conceito (ou que *recaem* sobre o conceito) daqueles que o conceito não é aplicável (ou aqueles objetos que *não recaem* sobre o conceito). A utilização apropriada de um conceito pressupõe nossa capacidade deste tipo de determinação, de modo que quando alguém não é capaz de tal determinação (por exemplo, quando aplica o conceito de "triângulo" a um cavalo), podemos dizer que tal pessoa não compreende o sistema conceitual evocado — ou, de outro modo, não é um bom falante de uma dada linguagem. De modo geral, toda *teoria* pressupõe um sistema conceitual. Por exemplo, uma *teoria científica* pressupõe um esquema conceitual que opera (junto a uma teoria formal, tal como a matemática) de modo a oferecer explicações para os fenômenos investigados.

Entre os que defendem a identidade como componente básico para todo sistema conceitual está Otávio Bueno (2014); por outro lado, Décio Krause e Jonas Arenhart (2015) defendem que a identidade não é fundamental de tal maneira, podendo um sistema conceitual eliminar a identidade em prol de uma noção que eles consideram mais *fraca*, nomeadamente, a *indiscernibilidade*. Neste capítulo iremos investigar o debate envolvendo a identidade e os sistemas conceituais, analisando a posição de Bueno e as objeções propostas por Krause e Arenhart.

---

[1] Compreende-se um sistema como um grupo de partes relacionadas que movem ou trabalham juntos; uma interação regular ou um grupo interdependentes de itens que formam um todo unificado. (SYSTEM, 2015) Um conceito, por outro lado, pode ser compreendido como os constituintes do pensamento (ou proposições), uma entidade linguística que diz respeito aos termos (MARGOLIS; LAURENCE, 2014). Estas duas caracterizações evocam problemas filosóficos. No entanto, podemos entender intuitivamente um sistema conceitual como um conjunto de conceitos que se inter-relacionam, formando um corpo que visa ser coerente cujo o uso nos permite descrever os objetos de nossa investigação e, através deles, possamos transmitir informações.

3.1 FUNDAMENTAL PARA SISTEMAS CONCEITUAIS

Como apontam Krause e Arenhart (2015), Bueno aparentemente defende duas teses distintas quanto à fundamentalidade da identidade para sistemas conceituais.

(A) "A característica mais básica dos conceitos é demarcar certas coisas de outras, traçar uma linha entre aquelas coisas que recaem sobre um conceito daquelas que não [recaem] (...)" (BUENO, 2014, p.325, *trad.nossa*)[2]

(B) "Conceitos são usados para classificar objetos, para fazermos distinções entre eles e os agrupar. A classificação envolve demarcar os objetos: aglomerando-os como recaindo sob o mesmo conceito ou os separando de objetos que recaem sob conceitos diferentes. Ambas características de classificação exigem identidade."(BUENO, 2014, p.325, *trad.nossa*)[3]

De acordo com a análise de Krause e Arenhart, em (A) Bueno defende que a identidade é exigida para os objetos que recaem sobre um conceito; enquanto que em (B) Bueno defende que os próprios conceitos precisam ter identidade para dizermos quando dois objetos recaem ou não sobre *o mesmo* conceito.

Objeção antecipada por Bueno

Bueno antecipa a seguinte objeção (BUENO, 2014, p.326): Um sistema conceitual não é componente de uma teoria metafísica, de modo que não parece razoável aceitar a identidade como fundamental (ainda que esta seja fundamental para sistemas conceituais). Bueno responde essa objeção afirmando que a prática metafísica requer conceitos que suportem uma relação apropriada com o mundo, haja vista que uma característica fundamental das teorias metafísicas é descrever aquilo que chamamos de "realidade". Portanto, se precisamos da identidade para formular conceitos (dada a natureza desses), e desde que conceitos

[2] "The most basic feature of concepts is to demarcate certain thing from other, to draw a line between those things that fall under that concepts and those that don't (...)" (BUENO, 2014, p.325)

[3] "Concepts are used to classify objects, to make distinctions among them, and to group them together. The classification involves demarcating objects: lumping them together as falling under the same concept, or separating them from objects that fall under different concepts. Both features of classification demand identity." (BUENO, 2014, p.325)

são requeridos para sistemas metafísicos; então a própria metafísica requer identidade.

Reformulação da objeção antecipada por Bueno

Considero a objeção antecipada por Bueno fraca para seus propósitos, de modo que podemos reformulá-la da seguinte maneira. Um sistema conceitual não é um componente ontológico fundamental da realidade, de modo que não parece razoável aceitar a identidade como uma característica fundamental da realidade (ainda que seja fundamental para sistemas conceituais). A ideia desta objeção é que sistemas conceituais são *sistemas epistêmicos*, *i.e.*, de como nós (seres humanos) caracterizamos a realidade. Mas isso não tem implicações metafísicas diretas. Pois pensemos no seguinte: Se nós fossemos incapazes de enxergar objetos triangulares e, por conta disso, não fossemos capazes de criar um sistema conceitual capaz de lidar com triângulos, isso não significa que não há objetos triangulares na realidade. Do mesmo modo, ainda que aceitemos que a identidade seja fundamental para sistemas conceituais (o que é questionável, como veremos), isso, *prima facie*, não tem implicações ontológicas relevantes. Devemos notar que esta reformulação da objeção antecipada por Bueno não é respondida através do argumento anteriormente apresentado por ele.

3.2 TESE (A) - IDENTIDADE APLICADA AOS OBJETOS

Como dito anteriormente, na tese (A) Bueno parece defender que a identidade é exigida para os objetos que recaem sobre um conceito. Ainda que, como nota Bueno (Comunicação Pessoal) o argumento não tenha sido formulado como um argumento transcendental, podemos analisa-lo da seguinte maneira: Sem a identidade não podemos conceitualizar — *i.e.*, a identidade é uma *condição de possibilidade de conhecimento* (nos apropriando de uma terminologia kantiana). Uma compreensão razoável de (A) é assumir que tal tese pressupõe uma análise extensional dos conceitos: Em ordem de determinar a extensão de um conceito nós devemos *ser capazes* de determinar seu conjunto-complemento. Por exemplo, dado um conceito C e dois objetos O_1 e O_2. Digamos que podemos aplicar o conceito C ao objeto O_1, ou seja, o O_1 recai sobre a extensão do conceito C, enquanto o O_2 não (*i.e.*, não podemos aplicar o conceito C ao objeto O_2), deste modo o objeto O_2 recai sobre o conjunto-complemento-de-C. Portanto, os objetos O_1 e O_2 são distintos.

3.3 OBJEÇÕES CONTRA TESE (A)

Objeção 1 - Petição de princípio

De acordo com Krause e Arenhart (2015, *no prelo*), a tese (A) evoca uma petição de princípio contra quem recusa a identidade como fundamental, pois existe uma análise alternativa para aqueles que não querem se comprometer com a identidade: analisar a aplicabilidade dos conceitos através de algo mais "fraco" do que a identidade, *viz.*, através da *discernibilidade* (FRENCH; KRAUSE, 2006, cap. 7 e 8). No entanto, alguém pode argumentar que a discernibilidade implica na distinção numérica e, portanto, a identidade não é evitada (ao menos para quem defende a *Teoria Tradicional da Identidade*). Porém, Krause e Arenhart rejeitam a *Teoria Tradicional da Identidade* em certos domínios que, como vimos, define a identidade numérica através da indiscernibilidade (e, inversamente, a distinção numérica através da discernibilidade). Logo, se há uma alternativa teórica para analisarmos a aplicabilidade dos conceitos sem nos comprometermos com a identidade, pressupor a identidade é uma petição de princípio, *i.e.*, é pressupor o que se quer provar.

Objeção 2 - Teoria, lógica e identidade

Uma segunda objeção apresentada por Krause e Arenhart (2015, *no prelo*) contra a tese (A) é que se traduzirmos toda uma teoria (*e.g.*, filosófica ou mesmo científica) para uma linguagem de primeira-ordem, isso não implica que iremos assumir a identidade. Pois ao analisar uma sentença de uma linguagem que use a identidade nós não podemos discernir um modelo *normal* de um modelo *não-normal*. Isto é, não sabemos se o símbolo "=" (que intuitivamente interpretamos ser a identidade em uma dada linguagem) está se comportanto como a identidade mesmo ou uma noção mais fraca, de indiscernibilidade.[4]

Mas o que está em causa com essa objeção? Quando temos uma linguagem de primeira-ordem com identidade, o símbolo da identidade em nossa sintaxe será interpretado em nossa semântica como a identidade apenas nos modelos chamados "normais". Todavia, podemos criar modelos (chamados de "não-normais") que o símbolo de identidade não é semanticamente interpretado como a identidade, mas sim como a indiscernibilidade.[5]

[4] *ver* (MENDELSON, 2010, p.93) e o capítulo 5 na página 71

[5] Devemos notar que a relação de indiscernibilidade também preserva as propriedades de ser *reflexiva*, *simétrica* e *transitiva*.

Com efeito, acrescentam Krause e Arenhart, pode-se elaborar uma teoria matemática (a teoria de quase-conjuntos) que não pressupõe a identidade para certos objetos, mas apenas sua discernibilidade. Isso não impede, entretanto, que esses objetos possam ser "individualizados", postos em isolamento, mas isso não implica que eles venham a ter condições de identidade, devido à invariância por permutações.

Objeção 3 - Negação como complemento

A posição aparentemente assumida por Bueno através da tese (A) fica associada a uma compreensão da negação como sendo o conjunto complemento. Isto é, se *não* é aplicável um conceito a um certo objeto α, então α pertencente ao conjunto-complemento deste conceito, de modo que a negação de um conceito é compreendida como pertencente ao conjunto-complemento deste conceito (KRAUSE; ARENHART, 2015 - No Prelo). Entretanto, tal posição não nos permitiria oferecer uma interpretação intuitiva da paraconsistência ou mesmo de certas versões do dialeteísmo. Considere o conjunto de Russell (que denotaremos como "R").[6] Para todo objeto que satisfaça R (*i.e.*, recaia sobre o conceito definido por R), esse objeto também irá satisfazer o conjunto-complemento-de-R. Além do mais, se os paraconsistentistas oferecerem uma interpretação da negação em casos tais como o do conjunto R, então a tese de Bueno, de como os conceitos operam, estará errada.

Objeção 4 - Sistemas conceituais sem identidade

Bueno argumenta que a identidade é assumida para todo sistema conceitual. Todavia, se houver algum sistema que não pressuponha a identidade, esse sistema poderá servir de contra-exemplo para a tese (A). Conforme certas interpretação da Mecânica Quântica, as partículas elementares são *objetos nomológicos* (*i.e.*, objetos cujas características são determinadas pelas leis naturais).[7] Cada um desses objetos obedece às mesmas leis e, em certos casos, são indiscerníveis por suas propriedades naturais (por sua natureza). Se podemos corretamente dizer que tais interpretações formam um sistema conceitual (o que parece ser razoável), então nem todo sistema conceitual pressupõe a identidade.

[6] O chamado "conjunto de Russell" trata-se de um conjunto R definido do seguinte modo: $R = \{A|A \notin A\}$ *ver* (RUSSELL, 1902)

[7] Deve-se notar que *ser um objeto nomológico* não implica que eles preservam ou não a identidade. *C.f.* (FRANCIA, 1981, p.222)

Contudo, o ponto que Bueno parece destacar é que a identidade é assumida para todo sistema conceitual, *i.e.*, é *conceitualmente fundamental*. Ou seja, ainda que um sistema conceitual x não tenha a identidade como uma de suas relações (não contendo a relação usualmente designada pelo símbolo "=" ou por qualquer relação equivalente), a compreensão desse sistema conceitual pressupõe a noção de identidade. Por exemplo, dado o sistema conceitual x e duas relações tratadas por esse sistema, R e F, nós precisamos ter a identidade em nosso arcabouço conceitual para compreendermos que as relações R e F sejam relações distintas. Ainda que não possamos expressar distinguibilidade dentro de x, precisamos da distinguibilidade (*i.e.*, a *não-identidade*) para podermos compreender que essas relações são distintas.

Objeção 5 - Objeção da circularidade

Em uma análise extensional dos conceitos, o próprio conceito de identidade seria compreendido circularmente. Isto é, conceda que a aplicabilidade dos conceitos exija que os objetos conceituados tenham identidade. Mas agora como compreendemos o próprio conceito de *identidade*? De acordo com a *Teoria Tradicional da Identidade*, o conceito de identidade é aplicado a todos os objetos (*i.e.*, todos os objetos são idênticos a si mesmos). Mas para tal conceito fazer sentido nós precisamos da própria identidade, o que nos colocaria em um círculo vicioso. Portanto, ou não compreendemos o conceito de identidade (pois sempre recairíamos em um círculo vicioso); ou o próprio conceito de identidade não pressupõe a identidade, o que implicaria que a identidade não é fundamental, haja vista que não seria requerida para todos os casos de conceitualização (*viz.*, no próprio uso do conceito de identidade).

Reformulação da objeção (5)

Apresentei a objeção anterior à Krause e Arenhart, contudo, posteriormente pensei em uma possível resposta que Bueno pode oferecer. Parece razoável que se um conceito é fundamental (ou primitivo), a compreensão de qualquer conceito (inclusive dele mesmo) exigirá a utilização de tal conceito. A circularidade é inevitável para qualquer conceito fundamental. Pois, se não existe tal circularidade, então podemos reduzir tal conceito através de uma análise em termos de algum outro conceito (ou conjunto de outros conceitos), o que não o tornaria fundamental. Portanto, essa objeção será aplicada para todo e qualquer conceito que seja compreendido como fundamental. Do mesmo modo, se (como defendem Krause e Arenhart) podemos assumir algum outro conceito (*e.g.*, indiscernibilidade) como fundamental, ao invés da identidade, então esse outro conceito se tornará, de algum modo, circular.

Uma possível reformulação da objeção da circularidade poder ser a seguinte: Se uma condição básica para a conceitualização é compreendermos os objetos que recaem sobre a extensão de um conceito, distinguindo dos objetos que recaem sobre o conjunto-complemento desse conceito, então o conceito de *identidade* não será um conceito. Mas isso seria um contrasenso. A identidade, de acordo com a *Teoria Tradicional da Identidade*, é aplicada a todos os objetos, portanto o conjunto-complemento da identidade seria o conjunto-vazio. Argumentavelmente não somos capazes de distinguir os objetos que recaem sobre o conceito de identidade para aqueles que não-recaem.[8] Logo a própria identidade não é um conceito, pois uma característica básica é sermos capazes de identificar os objetos do conjunto-complemento-da-identidade, mas não há tais objetos.

Por que seria um contrasenso assumirmos que a identidade não é um conceito? Pois de acordo com uma noção básica sobre definições, nós definimos conceitos em termos de conceitos; e, de acordo com a *Teoria Tradicional da Identidade*, nós definimos a identidade em termos de indiscernibilidade. Portanto, tanto a identidade como a indiscernibilidade são conceitos. Deste modo, a objeção da circularidade reformulada não acusa a circularidade do conceito da identidade, mas sim que pressupor a identidade como fundamental para a conceitualização é uma condição extremamente forte (exigente) — haja visto que nem mesmo a identidade poderia ser compreendida como um conceito.

3.4 TESE (B) - IDENTIDADE APLICADA AOS CONCEITOS

A segunda tese que Bueno parece defender (B) advogaria que os próprios conceitos precisam ter identidade. Quando dois objetos são similares em algum aspecto específico (que seria descrito através de um conceito), nós aplicamos *o mesmo conceito* para os dois objetos. Como através do exemplo oferecido por Krause e Arenhart:

> Por exemplo, quando dizemos que Platão e Aristóteles são filósofos, eles devem recair sobre o mesmo conceito "ser um filósofo". Neste sentido deve haver identidade entre con-

[8] *Distinguir* é uma relação binária, *i.e.*, nós distinguimos x de y. Todavia, não somos capazes de distinguir um objeto que recae sobre o conceito de identidade (que seria o conjunto-universo, isso se o aceitarmos) de um objeto que não-recai, pois não há qualquer objeto que não recai.

ceitos também (KRAUSE; ARENHART, 2015 - No Prelo).[9]

Se assumirmos isso, então a aplicabilidade de conceitos pressupõe não só a identidade entre os objetos, mas também a identidade entre os conceitos que aplicamos aos objetos.

3.5 OBJEÇÕES CONTRA TESE (B)

Objeção 6 - A identidade dos conceitos e objetos

Uma das primeiras objeções que Krause e Arenhart apresentam ataca um outro tipo de circularidade que a tese (B) levaria. Se compreendermos os conceitos através de uma análise extensional, então a identidade de um conceito dependerá da identidade dos objetos que recaem sobre ele (ao menos de acordo com uma interpretação intuitiva de extensionalidade).

Essa posição não se adequa à tese da *Teoria Tradicional da Identidade*, que afirma que objetos individuais são discerníveis através de suas propriedades. Pois a identidade dos objetos dependerá de suas propriedades, enquanto que a identidade das propriedades dependerá dos objetos (o que levaria a uma circularidade).

Do mesmo modo, essa posição também não se encaixará com a tese de Bueno, de que a identidade é fundamental. Pois nesse caso a identidade de um conceito será definida em termos da identidade dos objetos que recaem sobre esse conceito. Todavia, se a identidade é fundamental isso não poderia acontecer.

Problemas à objeção (6)

A objeção anterior parece inócua à tese de Bueno pelo mesmo motivo da Objeção 5. Supor que um conceito fundamental não deva incorrer em circularidade não parece plausível. Parece razoável que sempre precisamos *partir de algum lugar*, *i.e.*, assumir algo como *primitivo* ou *fundamental*. Esse próprios conceitos serão entendidos contextualmente, sendo que qualquer análise deles (através de uma teoria que se fundamente neles) será, de algum modo, circular. Portanto, ao acusar que uma análise extensional da identidade dos próprios conceitos é circular (pois a identidade dos conceitos pressupõe a identidade dos

[9] For instance, when we say that Plato and Aristotle are philosophers, they must fall under the same concept "being a philosopher". In this sense, there must be identity for concepts too.(KRAUSE; ARENHART, 2015 - No Prelo)

objetos; e a identidade dos objetos pressupõe a identidade dos conceitos) é um modo diferente de acusar que um conceito fundamental é circular. Por que? Pois a análise extensional dos conceitos, tal como analisam Krause e Arenhart, assume uma teoria clássica dos conjuntos. A teoria clássica dos conjuntos, por sua vez, assume a lógica clássica — que compreende a identidade através da análise oferecida pela *Teoria Tradicional da Identidade.*

Objeção 7 - Conceitos iguais em caso de coextensão

Se compreendermos os conceitos através de uma análise extensional, então dois conceitos serão iguais nos casos em que eles têm a mesma extensão (*i.e.*, os mesmos objetos recaem sobre eles). Contudo, dois conceitos que não se aplicam a nenhum objeto, ou dois conceitos que se aplicam a todos os objetos, terão a mesma extensão. Logo, eles serão o mesmo conceito.[10]

Problemas à objeção (7)

Esta objeção, contudo, parece ser um problema para *todo mundo.* É um problema filosófico em aberto compreendermos *o que é um conceito.* Uma análise extensional recai na objeção apresentada, enquanto que uma análise intensional também terá problemas (como Krause e Arenhart notaram). Portanto, não há escapatória para ninguém. Bueno poderá (e com razão) jogar o ônus da prova para Krause e Arenhart, pois essa também será uma objeção aplicada a eles.

Objeção 8 - Análise alternativa: *Teoria dos Tropos*

Contra a tese (B), Krause e Arenhart oferecem uma análise alternativa para a situação. Ao invés de supormos que a identidade é requerida na aplicação dos conceitos (quando supomos que aplicamos *o mesmo conceito* a particulares diferentes), podemos assumir uma teoria de *tropos.* A teoria de tropos não requer que os conceitos (que expressariam propriedades dos particulares) tenham *identidade*, negando a existência de universais e assumindo que cada propriedade é um tropo, uma propriedade única. Portanto, ao falarmos que Aristóteles e Platão *são filósofos*, nós apenas dizemos que ambos têm cada um uma propriedade distinta, ainda que muito semelhantes. A contraparte conceitual disso seria que um conceito não é *o mesmo* conceito quando aplicamos a dois particulares distintos, mas apenas conceitos *muito similares.*

[10] Isso se segue através do *axioma da extensionalidade*, que determina que dois conjuntos são idênticos caso tenham a mesma extensão.

Problemas à objeção (8)

No entanto, Bueno pode (novamente) inverter o ônus da prova. Ao acusar que Bueno faz uma análise sobre a identidade dos conceitos que invalida uma teoria dos Tropos, Bueno pode afirmar que uma teoria dos Tropos assume uma posição que nega uma teoria da identidade que parece razoável — haja vista que é uma contraparte de uma teoria sedimentada na tradição filosófica. Ou seja, o ônus não seria de Bueno para mostrar que a teoria da identidade funciona, ao argumentar contra a teoria dos Tropos; mas sim a de um *tropista* de mostrar que a teoria dos Tropos funciona, argumentando contra uma posição tradicional sobre a identidade.

Com os argumentos anteriores podemos perceber que a discussão não é conclusiva. Ainda que haja bons argumentos por parte de Krause e Arenhart para negar a necessidade da identidade para os sistemas conceituais, a tese de Bueno não é, *prima facie*, descabida de sentido. A intuição a favor da identidade é perene em nosso vocabulário e em nossas teorias filosóficas, uma vez que temos uma linguagem objectual — *i.e.*, que pressupõe individuação e identificação de objetos. Negar um conceito tão enraizado em nosso uso, como o conceito de identidade, sempre é uma tarefa árdua.

4 IDENTIDADE E INDIVIDUAÇÃO

Tradicionalmente a relação de identidade é associada à noção de individualidade que os objetos mantêm.[1] Compreende-se que um objeto é individual (ou individualizável) uma vez que este mantém critérios de identidade únicos. Esses critérios de identidade proporcionaria aos objetos serem distinguíveis de qualquer outro objeto individual, haja vista o princípio de indiscernibilidade. Portanto, é argumentável que a identidade é fundamental para a individuação, posição essa defendida por Bueno (2014). Neste capítulo iremos nos focar neste debate, tendo Bueno como defensor da relação entre identidade e individualidade, enquanto Krause e Arenhart (2015) argumentam contra essa posição.

4.1 FUNDAMENTAL PARA INDIVIDUAÇÃO

Bueno defende que a identidade é um componente fundamental para uma caracterização minimamente razoável para *indivíduos*:

> É razoável esperar que indivíduos devam satisfazer minimamente, ao menos, duas condições: (i) eles são distinguíveis de outras coisas (condição de distinguibilidade); e (ii) eles podem ser re-identificados (condição de re-identificação). (...) A condição de distinguibilidade destaca o fato que um indivíduo pode, ao menos em princípio, ser distinguido de outros, que são *diferentes* dele. A condição de re-identificação, por sua vez, enfatiza que o *mesmo* indivíduo pode ser apontado e determinado unicamente. (BUENO, 2014, pp.326-8)[2]

A condição (i), portanto, seria a condição que indivíduos são discerníveis; enquanto que a condição (ii) é que os indivíduos podem

[1] Compreenderemos aqui o termo "individualidade" relacionado à natureza *individual e única* dos objetos. Não devemos, portanto, confundir o termo "indivíduo" com alguma referência a *pessoas* ou *seres humanos*. Nesta acepção, um objeto qualquer (*e.g.*, cadeiras, carros, mesas, etc) são indivíduos, uma vez que podemos tomá-los como objetos *individuais*.

[2] "It is reasonable to expect that individuals should satisfy minimally, at least, two conditions: (i) they are distinguishable from other things (distinguishability condition); and (ii) they can be re-identified (re-identification condition). (...) The distinguishability condition highlights the fact that an individual can be, at least in principle, distinguished from others, which are *different* from it. The re-identification condition, in turn, emphasizes that the *same* individual can be singled out and uniquely determined." (BUENO, 2014, pp.326-8)

ser re-identificados (no mesmo momento ou ao longo do tempo). Essas duas condições, de acordo com Bueno, envolveriam a identidade. Pois, de acordo com Bueno, a discernibilidade requer que os objetos sejam *diferentes*; enquanto que a re-identificação, por exemplo, através do tempo, requer que possamos identificar *o mesmo* indivíduo em momentos diferentes do tempo. Para Krause e Arenhart, no entanto, não importa que o objeto em um tempo posterior seja "o mesmo". Basta que seja indiscernível do que se tinha antes. Se tínhamos um elétron, queremos um elétron, não necessariamente "aquele" elétron.

Devemos notar que as condições (i) e (ii) são apenas condições epistêmicas e necessárias para caracterizarmos certos objetos como indivíduos. Não são condições suficientes para que algo *seja* um indivíduo. Além disso, tais condições epistêmicas de acesso são possíveis apenas por que os indivíduos possuem as características metafísicas que têm (Bueno, *comunicação pessoal*).

Objeção antecipada por Bueno

Bueno (2014, pp.326-7) antecipa uma possível objeção (GRACIA, 1988): Suponhamos um *mundo possível* com apenas um objeto (chamaremos esse *mundo possível* de "mundo-unitário"). Nessa circunstância esse objeto não é discernível ou indiscernível de qualquer outra coisa (pois a discernibilidade é uma propriedade relacional, *i.e.*, relaciona dois objetos; contudo, só há um objeto no mundo-unitário, de modo que ele não se relaciona com nada). Todavia, ainda podemos dizer que esse objeto é um indivíduo. Ou seja, ainda que esse objeto seja um indivíduo, ele falha em satisfazer a condição (i). Portanto, não podemos definir *indivíduo* usando como condição necessária a discernibilidade, pois tais conceitos não se equivalem — tal como tenta mostrar a objeção. Bueno responde a objeção anterior de dois modos:

(1) A ideia de assumir mundos-unitários é problemática, haja vista que uma concepção comum sobre mundos possíveis requer que estes tenham como *background* determinações espaço-temporais e, com isso, o objeto daquele mundo terá relações com o espaço e tempo, de modo que ele pode ser distinguido em virtude de estar em certas partes do espaço em um certo momento.

(2) Mesmo que se aceite as premissas do argumento, *i.e.*, aceitando deste modo os mundos-unitários, ainda é possível fazer uma análise da discernibilidade como esta sendo uma propriedade modal dos indivíduos. Isto é, ainda que no mundo-unitário o objeto não seja discernível (pois não há outros objetos que possam o discernir naquele mundo), se houvesse outro objeto ele seria discernível. Ou seja, a dis-

cernibilidade não depende dos objetos que existem, mas também dos objetos que *poderiam* existir. Portanto, a discernibilidade é uma propriedade que depende das relações modais entre os mundos possíveis. Ainda que no mundo-unitário o objeto, digamos, x, não seja discernível, há um mundo possível (acessível pelo mundo-unitário) onde existe um outro objeto, digamos, y, que seja discernível de x.

Objeção de Bueno a French e Krause

Bueno (2014, pp.327) também apresenta uma outra objeção à Krause e French (2006): Separar a individualidade da discernibilidade permite dizermos que há indivíduos numericamente distintos que, ainda assim, são indiscerníveis (FRENCH; KRAUSE, 2006, pp.207-210). Todavia, French e Krause assumem uma metafísica de não-indivíduos (FRENCH; KRAUSE, 2006, Cap. 1, 3-4). Como eles fazem isso? Pressupondo que indivíduos são discerníveis. Pois para assumir que há não-indivíduos (*e.g.*, elétrons), Krause e French assumem que esses objetos perdem suas condições de identidade em contextos específicos.[3] Quando eles perdem identidade, eles se tornam indiscerníveis e, pelo fato de serem indiscerníveis, eles não podem ser indivíduos. Contudo, para assumirem a existência de não-indivíduos eles precisam assumir a *Teoria Tradicional da Identidade*: Se dois objetos são indiscerníveis, são idênticos; e se são indivíduos, são discerníveis.

Krause e Arenhart (2015, *no prelo*) formulam uma série de objeções contra Bueno.

4.2 OBJEÇÕES À TESE PRINCIPAL

Objeção 9 - Poderia haver não-indivíduos

Ainda que alguém assuma as condições de discernibilidade (i) e de re-identificação (ii) para individualidade, este pode defender que a identidade ainda assim não é fundamental. A ideia é que alguém, mesmo defendendo essas condições, pode assumir que há objetos que são *não-indivíduos*. Se há não-indivíduos, então a identidade não é fundamental (ao menos por não se aplicar a tudo que *existe*).

Para Bueno defender que a identidade é fundamental, em vista de ser condição necessária para definirmos indivíduos, ele precisa garantir ao menos duas coisas:

[3] De modo mais preciso, eles não a "perdem", mas sim eles não têm condições de identidade.

(a) As condições (i) e (ii) são, de fato, mínimas para individualidade.

(b) Não há objetos que sejam *não-indivíduos* (*i.e.*, tudo é individualizável).

Contudo, como apontam Krause e Arenhart, Bueno não garante (a), pois ele mesmo afirma que tais condições não estão livres de controvérsias (BUENO, 2014, pp.326). E a condição (b) não foi nem mesmo defendida em seu artigo.

Objeção 10 - Mecânica quântica e não-individualidade

Krause e Arenhart antecipam uma possível objeção que Bueno poderá oferecer: O ônus da prova para defender que há não-indivíduos fica por conta de Krause e Arenhart, haja vista que isso fere uma teoria clássica (e intuitiva), que seria a *Teoria Tradicional da Identidade.* Em resposta, Krause e Arenhart argumentam que há interpretações científicas em seu favor. Aparentemente há partículas elementares que ferem a condição de re-identificação e, em certos casos, são indiscerníveis umas das outras. Se tais interpretações estão corretas, isso tornaria plausível aceitarmos que as partículas elementares (quânticas) são não-indivíduos (de acordo com a tese de Bueno). Deste modo, Krause e Arenhart passam o ônus da prova para Bueno, devendo ele mostrar que partículas elementares satisfazem a condição de ser discerníveis e re-identificadas ao longo do tempo.[4]

No entanto, esta objeção parece tentar *matar uma mosca com uma bala de canhão.* Passar o ônus da prova para Bueno (tendo ele que apresentar os critérios que tornariam as partículas quânticas discerníveis e re-identificáveis) alegando que há interpretações científicas que confirmam a posição de Krause e Arenhart, pode ser, em última instância, um problema científico em aberto. Bueno pode alegar que há interpretações científicas (*e.g.*, interpretação de Bohm) que não assume as partículas quânticas como perdendo sua individualidade. Dado que temos duas teorias ontologicamente *contraditórias* (*i.e.*, uma que assume a existência de partículas sem identidade, e outra que rejeita tal pressuposição), e dado a subdeterminação dessas teorias pelos dados[5], Bueno poderia passar o ônus da prova para Krause e Arenhart, tendo

[4] “So, the burden of proof is on Bueno to show that quantum particles are re-identifiable over time, for instance, and that the controversy over discernibility can be solved by establishing above all doubts quantum discernibility” (KRAUSE; ARENHART, 2015 - No Prelo)

[5] A *subdeterminação das teorias pelos dados* afirma que qualquer conjunto de

eles que argumentarem a favor da interpretação científica que estão assumindo.

A posição filosófica defendida por Krause e Arenhart seria meramente condicional: Se certas interpretações em mecânica quântica estão certas, então oferecemos uma ontologia de objetos que perdem critérios de identidade (não-indivíduos) e, portanto, a tese de Bueno é falsa. Todavia, tal tese condicional perde a força do argumento inicial, que visa passar o ônus da prova para Bueno, pois agora Bueno poderá afirmar o mesmo de sua tese: Se uma outra interpretação científica (que rejeita a existência de não-indivíduos) estiver certa, então a individualidade é aplicável a todos os objetos e, portanto, a tese de Krause e Arenhart é falsa. Deste modo, restará a cada uma das posições advogarem a favor de uma certa interpretação científica (o que, *prima facie*, é papel dos físicos fazerem).[6]

Objeção 11 - Contra discernibilidade modal

Contra a resposta de Bueno à objeção do mundo-unitário (GRACIA, 1988), Krause e Arenhart apresentam duas objeções:

(11.1) Ao afirmar que a discernibilidade é uma propriedade modal, Bueno muda de assunto, pois do fato que um objeto tenha *tais e tais* propriedades modais, isso não nos ajuda a caracterizar sua individualidade (algo que ele efetivamente tem, *i.e.*, algo que ele tem no mundo atual).

(11.2) Considerar a discernibilidade como uma propriedade modal é uma petição de princípio contra o defensor do mundo-unitário, pois a resposta de Bueno assume de início que o objeto no mundo-unitário tem a propriedade de ser discernível em virtude de uma certa característica modal. Se a discernibilidade deve ser compreendida como uma propriedade modal, a indiscernibilidade também. Todavia, do mesmo modo, podemos assumir que existe um outro mundo possível, com outro objeto que é indiscernível do objeto do mundo-unitário. Portanto, neste caso, o objeto do mundo-unitário é discernível e indiscernível (quando

---

dados observacionais será sempre compatível com várias teorias mutuamente incompatíveis acerca de inobserváveis, e portanto não pode justificar a escolha de nenhuma delas em particular. (PAPINEAU, 2005)

[6] Krause e Arenhart podem argumentar que as interpretações físicas que assumem re-identificação de partículas elementares (tal como a mecânica de Bohm) enfrentam sérios problemas, além de que a interpretação assumida por eles é a mais aceita — atualmente — entre os cientistas. Isso reforça, de alguma forma, a posição deles. Todavia, não torna o argumento da inversão da prova inócuo à objeção que apresentei.

essas propriedades são compreendidas modalmente), de modo que tal propriedade não seria mais relevante para caracterização de indivíduo.

A objeção (11.2) tem uma certa força, contudo a objeção (11.1) pode ser reformulada, tornando-a mais forte.

Reformulação da objeção (11.1)

Vamos assumir a tese da necessidade da origem (ou essencialismo da origem) para fins de argumentação.[7] Dada uma certa característica essencial M de um objeto x no mundo-atual, x terá essa característica M em todo mundo possível em que existir. Deste modo, podemos afirmar que x tem como propriedade modal *ter essencialmente* M. No entanto, x só tem a propriedade modal de *ter essencialmente* M porque x tem a propriedade M no mundo atual. Ou seja, um objeto no mundo atual só tem uma propriedade modal em virtude de sua natureza efetiva.

Por conseguinte, no exemplo do mundo-unitário, o objeto que existe neste mundo (chamemos de "α") só tem a propriedade modal de *poder ser discernível*, pois α tem características no mundo-unitário que permite isso acontecer. Isto é, α é *possivelmente discernível* apenas por que ele, no mundo-unitário, é um indivíduo — e não o inverso, ele ser um indivíduo no mundo-unitário por que tem uma propriedade modal.

Objeção 12 - Propriedade modal, atualismo e possibilismo

Seguindo as objeções anteriores contra a resposta de Bueno ao exemplo do mundo-unitário, podemos formular outra objeção tal como se segue: Bueno assume que um objeto x no mundo-unitário só é um indivíduo em virtude de uma propriedade modal, de ser discernível, que ele instancia (BUENO, 2014, pp.326-7). Isto é, x é um indivíduo no mundo-unitário por que há um mundo possível (acessível ao mundo-unitário), onde existe um outro objeto y, tal que y é discernível de x naquele mundo. Contudo, assumir esta tese implica em enfrentar o seguinte dilema:

- Possibilismo: Existem *possibílias* (objetos meramente possíveis, mas que não existem no mundo-atual) e esses, de algum modo, determinam características em outros mundos possíveis.

[7] A tese da *necessidade da origem* pode ser expressa do seguinte modo: Se um objeto x é originalmente feito de uma certa matéria M, então necessariamente, se x existir, então x será feito de M. Um exemplo intuitivo desta tese seria: Se Sócrates é filho de Sophroniscus e de Phaenarete (no mundo atual), então necessariamente (*i.e.*, em todo mundo possível) Sócrates será filho de Sophroniscus e de Phaenarete.

- Atualismo: Não existem possibílias, sendo o objeto x um indivíduo no mundo-unitário por conta do que há no próprio mundo-unitário — *i.e.*, há algo no mundo-unitário que possivelmente seria discernível de x.

As duas alternativas anteriores parecem ser desnecessárias para a compreensão da individualidade. A alternativa *possibilista* é contra-intuitiva, uma vez que assume que há objetos meramente possíveis que determinam outros mundos possíveis (tal como o mundo-atual). Além disso, se assumirmos que propriedades têm poderes causais (como a propriedade de *ser rígido* altera um estado relevante no mundo), e assumir que um objeto meramente possível determina uma certa propriedade de um objeto no mundo-atual, então possibílias teriam poderes causais no mundo-atual.

Por outro lado, assumir o *atualismo* seria uma petição-de-princípio, pois assume que há algo no mundo-unitário que, em uma outra circunstância possível, seria discernível de x. Contudo, já assumimos de princípio que no mundo-unitário só existe x — e mais nada.

Bueno (*comunicação pessoal*) alertou para o fato de rejeitar mundos possíveis, de modo que tal objeção se torna inócua a seus propósitos. Todavia, ainda que Bueno tenha uma teoria alternativa para tratar da semântica dos termos modais (que não envolva mundos possíveis), o conceito de identidade é tal que uma análise deste deveria ser independente de uma teoria sobre termos modais. Além do mais, espero que Bueno ceda a avaliação aqui feita, do mesmo modo que o fez no tópico (2) da objeção antecipada (pg. 62).

Objeção 13 - Esferas de Black

Outra objeção apontada por Krause e Arenhart é que Bueno não apresenta alguma objeção que impeça os *universos simétricos* de Max Black. De acordo com o argumento de Black, é razoável assumirmos um mundo possível com duas esferas perfeitamente simétricas e indiscerníveis (BLACK, 1952). No entanto, ainda que tais esferas sejam indiscerníveis, cada uma das esferas é, ainda assim, um objeto individualizado.

Parece, contudo, que a resposta de Bueno ao universo simétrico de Black é feita ao alegar que a discernibilidade é uma propriedade modal. Portanto, ainda que as duas esferas perfeitamente simétricas possam ser indiscerníveis naquele mundo, as esferas são possivelmente discerníveis. No entanto, ao recusarmos a análise modal da discernibilidade, esta resposta perde sua força.

Objeção 14 - Contra a re-identificação

Assumir a re-identificação como uma condição mínima e necessária para caracterizar um indivíduo (entendendo tal condição como sendo epistêmica), sofre do seguinte problema (KRAUSE; ARENHART, 2015 - No Prelo): Imagine um objeto que em certas condições nós somos capazes de re-identificar e o discernir de outros. Nessa circunstância ele é tomado como um indivíduo. Agora imagine que haja uma circunstância na qual ninguém seja capaz de o re-identificar. Não parece razoável aceitarmos que tal objeto deixe de ser um indivíduo. Do fato de não podermos identificar o objeto, isso não deixa de fazer com que ele possa ser um indivíduo. A matemática usual está cheia de exemplos desse tipo, de casos nos quais não podemos identificar certos objetos matemáticos, mas que obedecem a TTI.

Objeção 15 - Re-identificação e identidade diacrônica

A condição (ii) oferecida por Bueno (2014), de re-identificação através do tempo, pressupõe um tipo de identidade chamada "diacrônica", *i.e.*, identidade de objetos através do tempo; diferente da chamada identidade "sincrônica", que seria a identidade que um objeto tem consigo mesmo no mesmo momento do tempo, não envolvendo critérios temporais. A objeção de Krause e Arenhart (2015) ataca o fato que não devemos caracterizar um indivíduo através de um critério que pressuponha sua continuidade através do tempo, elencando um critério de identidade diacrônica. Um objeto qualquer será um indivíduo ainda que sua existência não permaneça ao longo do tempo. Ou seja, um objeto é um indivíduo ainda que só possamos aplicar identidade sincrônica.

Objeção 16 - Características metafísicas únicas

Bueno defende que as condições de *discernibilidade* e *re-identificação* são condições mínimas para os indivíduos. Contudo, tais condições são epistêmicas, *i.e.*, são condições que nos permitem conhecer os objetos. Estas condições epistêmicas só são possíveis por que os indivíduos possuem certas características metafísicas (vou supor que a característica metafísica de *ser metafisicamente um indivíduo* que permite a nós os discernir e os re-identificar). No entanto, Bueno precisa garantir que é a propriedade de *ser metafisicamente um indivíduo* que os objetos instanciam que implica que eles são epistemicamente discerníveis e re-identificáveis. Pois poderia haver uma outra qualidade metafísica acidental, que não a qualidade de *ser metafisicamente um indivíduo*, que permite a nós termos um acesso epistêmico aos objetos e o caracterizarmos como discerníveis e re-identificáveis.

Além disso, Bueno precisa garantir que não só um grupo específico de objetos têm essa qualidade metafísica, mas que todos os objetos a têm (que se segue da objeção 9), além de garantir as condições (i) e (ii) como mínimas.

Objeção 17 - Condições epistêmicas e contextos opacos

Outro ataque às condições (i) e (ii) é por serem condições epistêmicas. Características epistêmicas não parecem ser relevantes para determinar a natureza metafísica de um objeto. Além do mais, as condições (i) e (ii) podem sofrer com casos de *contextos opacos*.[8]

Pensemos nos seguintes exemplos: Lois Lane discerne Superman de Clark Kent, além de re-identificar o Clark Kent e o Superman através do tempo (*i.e.*, ao cair do prédio e ser resgatada por Superman, Lois acredita que aquele é *o mesmo* indivíduo que a salvou de um helicóptero em queda; além de que ao chegar ao Planeta Diário e encontrar com Clark Kent, ela re-identifica como sendo *o mesmo* indivíduo que derrubou café em sua blusa no dia anterior), acreditando que sejam dois indivíduos distintos. Esse exemplo tenta apresentar que é concebível um caso o qual *o mesmo* indivíduo é discernível e re-identificado como sendo dois indivíduos, haja vista o contexto. Por outro lado, a *Mística* do X-Men tem o poder de transmutação (alterando sua aparência para qualquer pessoa ou animal que encontrar). Ao se transmutar com a aparência do Prof. Xavier, os estudantes da *Escola para Jovens Superdotados* acreditam que aquela pessoa à frente deles (a Mística) é o Prof. Xavier, enquanto que o verdadeiro Prof. Xavier foi capturado por

[8]São chamados de “contextos opacos” circunstâncias nas quais nem sempre é possível substituir expressões co-referencias (*i.e.*, expressões que referem ao mesmo objeto) sem alterar os valores de verdade das orações. Por exemplo: Digamos que João acredita que Pelé foi o melhor jogador de futebol do mundo, contudo João não sabe que Pelé é o apelido de Edson Arantes do Nascimento (ou seja, a expressão “Pelé” e a expressão “Edson Arantes do Nascimento” são co-referenciais, uma vez que designam o mesmo referente). Haja vista esse caso, a proposição *João acredita que Pelé é o melhor jogador do mundo* é verdadeira, mas a proposição *João acredita que Edson Arantes do Nascimento é o melhor jogador do mundo* pode ser falsa, uma vez que João não sabe que ambos os nomes se referem à mesma pessoa. Casos como esse são contextos opacos, pois o operador epistêmico *acreditar* é sensível ao contexto, de modo que substituir a expressão *Pelé* por *Edson Arantes do Nascimento* em uma proposição cujo o operador *acredita* é usado pode alterar o valor de verdade das proposições.

Magneto. Nesta circunstância dois objetos são re-identificados e discernidos como sendo *o mesmo*. Os estudantes acreditam que aquela pessoa que está dando aula é *o mesmo* Prof. Xavier que lecionou na semana passada, além de discernir aquela pessoa de outra, *i.e.*, discernem a pessoa que está dando aula do Wolverine, por exemplo. Esse exemplo tenta apresentar que é concebível um caso no qual dois indivíduos são indiscerniveis e re-identificados como sendo *o mesmo* indivíduo, haja visto o contexto.

Os dois exemplos oferecidos acima visam mostrar que se assumirmos condições epistêmicas para caracterizar um indivíduo, então a própria individualidade será sensível a contextos opacos — uma vez que tais condições epistêmicas o são. Portanto, no exemplo do Superman, Lois re-identifica e discerne Clark Kent de Superman, ainda que ambos sejam o mesmo indivíduo. Por outro lado, Mística e Prof. Xavier, ainda que sejam dois indivíduos, pode haver um contexto no qual eles sejam tomados como sendo *o mesmo* indivíduo.

Uma resposta que Bueno poderá oferecer é que as condições (i) e (ii), ainda que epistêmicas, são apenas necessárias, mas não conjuntamente suficientes para definirmos *indivíduo*. Por conseguinte, não é por que um objeto seja discernido e re-identificado em certos contextos como sendo dois, ou por que dois objetos não sejam discerníveis e sejam re-identificados em certos contextos como sendo um, que estamos autorizados a inferir que Superman e Clark Kent são dois indivíduos enquanto a Mística e o Prof. Xavier sejam o mesmo indivíduo (ao menos naqueles contextos). Isso por que as condições (i) e (ii) não são suficientes para definir indivíduo. Devemos notar, todavia, que esta resposta apenas atrasa a objeção, sem oferecer uma resposta definitiva. Pois agora Bueno (ou qualquer defensor de tese similar) deverá oferecer as outras condições necessárias (que sejam conjuntamente suficientes) para definir indivíduo de tal modo que elas excluam contextos opacos.

5 IDENTIDADE E LÓGICA

Como vimos no capítulo intitulado “O que é a identidade?”, o conceito de identidade foi abordado através de uma análise filosófica que, por fim, culminou no modo como tal conceito é definido (seja implicitamente ou explicitamente) nos sistemas formais clássicos. Posteriormente nós voltamos nossa atenção ao debate sobre a fundamentalidade da identidade, que percorre problemas variados, como sua importância para sistemas conceituais como também sua suposta fundamentalidade para uma caracterização minimamente razoável de indivíduo. Dois outros problemas, de ordem formal, que o debate sobre a fundamentalidade da identidade nos leva são: (1) É a identidade definível? (2) Podemos compreender a quantificação *sem* o conceito de identidade? Neste capítulo nós voltaremos nossa atenção a esses dois problemas.

5.1 INDEFINIBILIDADE DA IDENTIDADE

Seria o conceito de identidade definível em sistemas formais que, supostamente, têm um poder expressivo suficiente para tal? Essa pergunta será o ponto central desta sessão. Estamos focando nossa apresentação, principalmente, nas abordagens de Otávio Bueno (2014), que defende a fundamentalidade da identidade, e nas abordagens de Décio Krause e Jonas Arenhart (2015), que atacam essa suposta fundamentalidade. Diferente dos outros tópicos abordados até agora, tanto Bueno como Krause e Arenhart concordam que há problemas latentes na definição do conceito de identidade. Todavia, suas razões divergem.

Krause e Arenhart defendem que a identidade (tal como abordada pela TTI) não é definível nos sistemas formais clássicos pela existência de modelos *não-standard*, que são estruturas que satisfazem todos os axiomas da linguagem em questão (no caso, como veremos, tais problemas aparecem tanto para linguagens de primeira-ordem como também para linguagens de ordens-superiores), inclusive os axiomas que definem a identidade implicitamente, mas que são estruturas nas quais podemos observar o *mal comportamento* da identidade. Isto é, de modo resumido, as linguagens nos permitem relacionar duas constantes através da identidade, mas a interpretação oferecida por esses modelos *não-standard* fazem com que a relação que interpreta a identidade na estrutura não se comporte como, intuitivamente, deveria se comportar.

Por outro lado, Bueno defende a indefinibilidade da identidade em virtude de uma suposta circularidade envolvendo qualquer definição que vise caracterizar a identidade. Segundo Bueno, toda definição pressupõe uma relação de identidade entre o termo definido e a fórmula que o define. Portanto, qualquer definição que tente definir o conceito de identidade estará, automaticamente, recorrendo ao próprio conceito de identidade. Ou seja, incorre em uma petição de princípio.

5.1.1 Problemas à identidade em linguagens de primeira ordem

Podemos apresentar dois problemas que envolvem a definição da identidade em uma linguagem elementar: O primeiro problema mostra que se uma estrutura é modelo de nossa linguagem, então podemos *estender* essa estrutura, preservando os axiomas da linguagem, mas que a identidade parece não ser corretamente capturada. Outro problema mostra que duas estruturas, uma na qual o domínio é constituído de indivíduos, e a outra o domínio são classes de equivalência, são ambas modelos para nossa linguagem. Isto apresentaria problemas para a caracterização da identidade.

Como vimos anteriormente, a identidade é definida (seja implicitamente, através da introdução do símbolo de igualdade e dos axiomas referentes a ele, ou através de uma definição explícita) de modo que satisfaça as propriedades de ser uma *relação de congruência.* Apenas para retomar, a identidade precisa satisfazer as seguintes propriedades:

Reflexividade: $\alpha = \alpha$
Todo objeto é idêntico a si mesmo.

Simetria: Se $\alpha = \beta$, então $\beta = \alpha$
Dado os objetos α e β, se α é idêntico a β, então β é idêntico a α.

Transitividade: Se $\alpha = \beta$ e $\beta = \gamma$, então $\alpha = \gamma$
Dado os objetos α, β e γ, se α é idêntico a β, e β é idêntico a γ, então α é idêntico a γ.

Substitutividade: Se $\alpha = \beta$, então $(\varphi(\alpha) \rightarrow \varphi(\beta))$
Dado os objetos α e β, se α é idêntico a β, então se uma fórmula é satisfeita por α, ela será satisfeita por β (ou, se α tem uma certa propriedade, então β também tem esta propriedade).

Cada um dos métodos apresentados, como vimos, tenta definir a identidade de modo que satisfaça essas propriedades. Contudo, como veremos, há enormes problemas que põem em causa se é de fato possível oferecermos tais definições.

Seja £ uma linguagem de primeira ordem, como usualmente caracterizada[1], contendo um símbolo de predicado específico, "=", que chamaremos de "igualdade"ou "identidade". Os axiomas correspondentes ao símbolo da igualdade (que irá *definir implicitamente* a igualdade) será:

(Reflexividade) $\forall x(x = x)$

(Substitutividade) $\forall xy(x = y \to (P(x) \to P(y)))$
Se x é idêntico a y, e *P(x)* é uma fórmula qualquer que contém x livre, então *P(y)* resulta de *P(x)* pela substituição de x por y em algumas das ocorrências livres de x, desde que y seja livre para x em *P(x)*.

Identidade e Estruturas Estendidas

Na semântica *standard*, a contraparte sintática da identidade deveria oferecer uma definição que seja interpretada, na parte semântica, como uma relação de equivalência que capture a diagonal do domínio.[2] Seja a estrutura $\Re = \langle D, R_2, \rho \rangle$ que interprete nossa linguagem, onde D é o domínio da estrutura: $D = \{\alpha, \beta, \gamma\}$. Através da semântica *standard* os predicados serão interpretados como subconjuntos do produto cartesiano de $D \times D$. R_2 é subconjunto de $D \times D$ e será uma relação binária que interpretará a igualdade na estrutura $\Re$. Temos então uma função de interpretação ρ que interpreta cada símbolo não-lógico da linguagem como um elemento de D. Suponhamos que nossa linguagem de primeira ordem tenha apenas quatro constantes individuais (a,b,c,d). Suponha portanto que:

$$\rho(a) = \alpha$$

$$\rho(b) = \beta$$

$$\rho(c) = \gamma$$

$$\rho(d) = \alpha$$

Assim R_2 (que interpreta a identidade) deverá capturar a Diagonal do Domínio (*i.e.* $\Delta(D) = \{\langle x, x\rangle | x \in D\}$). Deste modo

$$\Re \models (a = d) \text{ se, e somente se, } \langle \rho(a), \rho(d) \rangle \in \Delta(D)$$

[1] *ver* (MENDELSON, 2010, cap.2), (KLEENE, 2002, cap.2)
[2] Como vimos no capítulo 2.6.1 na página 47

Ou seja,

$\Re \models (a = d)$ se, e somente se, $\langle \alpha, \alpha \rangle \in \Delta(D)$

Adotemos agora uma outra estrutura, $\Re'$, que também modele nossa linguagem de primeira ordem. Seja $\Re' = \langle D', R'_2, \rho' \rangle$ onde $D' = D \cup \{\delta, \zeta, \eta\}$ ou seja $D' = \{\alpha, \beta, \gamma, \delta, \zeta, \eta\}$. A função de interpretação para $\Re'$, *i.e.*, ρ' deverá satisfazer as seguintes condições:

(a) Se $X \in D$ então $\rho'(x) = X$ será igual a $\rho(x) = X$[3]

(b) Se $X \notin D$ então fixemos que a interpretação $\rho'(x) = X$ será igual a $\rho(y) = Y$ tal que $Y \in D$

Ou seja, selecione um elemento pertencente a D e fixe-o como determinado (por exemplo β). Para todos os elementos de *D'* que não pertencem a D (isto é, para δ, ζ, η), a função que os interpreta será a mesma que do elemento selecionado de D (ou seja, β). Se $\rho'(x) \in D'$ mas $\rho'(x) \notin D$, então $\rho'(x) = \beta$. Deste modo, ao olharmos para a estrutura $\Re'$ nós podemos dizer que

$$\beta \neq \delta \neq \zeta \neq \eta$$

No entanto, nossa linguagem não permite diferenciarmos β de δ, ζ ou η (pois todos são interpretados como β). Logo, nossa linguagem permite afirmarmos que $(\beta = \delta = \zeta = \eta)$, uma vez que todos são interpretados como b e, de acordo com a reflexividade da identidade, $b = b$.

Identidade e Classes de Equivalência

É um metateorema da lógica que qualquer estrutura A que modele uma linguagem elementar pode ser contraída para uma outra estrutura B, onde o domínio de B será um conjunto de classes de equivalência (conjunto quociente) do domínio de A por uma relação R_2 (rendo R_2 uma relação de equivalência).[4] Uma classe de equivalência de um elemento $\alpha \in X$ é o subconjunto de todos os elementos de X que são equivalentes a α. Isto é

$$[\alpha] = \{y \in X \mid yR_2\alpha\}$$

[3]Note que "X" é uma variável de algum elemento de D enquanto "x" é algum termo da linguagem linguagem.

[4]*ver* (MENDELSON, 2010, cap.2)

Vamos assumir uma estrutura $\Im$ que modele nossa linguagem. Sendo $\Im = \langle D, R_2 \rangle$, cujo domínio $D = \{\alpha, \beta, \gamma\}$ e R_2 uma relação binária, de equivalência, que interpretará a identidade. Tracemos o conjunto-quociente de D pela relação de equivalência

$$D' = \{[\alpha_D], [\beta_D], [\gamma_D]\}$$

Tomemos uma outra estrutura, $\Im'$, tal que $\Im' = \langle D', R_2 \rangle$. Enquanto que em $\Im$ o domínio é constituído por indivíduos, em $\Im'$ o domínio é constituído por classe de indivíduos que são equivalentes. Obtemos como metateorema que qualquer formula que é satisfeita (ou modelada) por $\Im$ será também satisfeita por $\Im'$. Isto é, as estruturas são *elementarmente equivalentes*. Logo, tanto $\Im$ como $\Im'$ são modelos de nossa linguagem. No entanto, enquanto falamos sobre indivíduos em $\Im$, em $\Im'$ falamos sobre classes de indivíduos, haja vista que em $\Im$ o domínio é constituído por indivíduos e $\Im'$ o domínio é constituído por classe de indivíduos que são equivalentes. O problema em questão é que nossa linguagem não consegue discernir entre essas duas estruturas, uma vez que ambas satisfazem todos os axiomas da linguagem em questão. Portanto, não sabemos se o modelo de nossa linguagem trata de indivíduos ou de classes de equivalência.

Uma linguagem elementar (*i.e.*, de primeira ordem) enfrenta problemas para caracterizar a identidade. Se a tomamos como um conceito primitivo (tal como é usualmente tratada), podemos apresentar modelos para nossa linguagem os quais, ainda que satisfaçam os axiomas, a identidade não parece ser corretamente capturada. Pois ou a linguagem permite dizermos que dois objetos são idênticos, quando podemos observar na estrutura que tais objetos não são; ou mesmo quando contraímos o domínio de uma estrutura que modele nossa linguagem para uma estrutura cujo domínio é composto por classes de equivalência, nossa linguagem não consegue discernir entre essas estruturas.[5]

Uma alternativa, tal como proposta anteriormente, é tentarmos definir a identidade através do método de Quine. É argumentável que uma linguagem elementar não tem poder expressivo para definir a identidade (uma vez que não quantifica sobre predicados); no entanto, através do método de "força bruta"proposto por Quine, a identidade seria definida como uma conjunção que tome os objetos idênticos como indiscerníveis para as constantes de predicados que existem na linguagem.[6] Há, contudo, problemas para o método de Quine.

[5] *ver* (FRENCH; KRAUSE, 2006, pp.251-4)

[6] ver página 38 no capítulo 2.5.2

Identidade e Definição Estilo Quine

Como vimos anteriormente, seja £ uma linguagem da lógica clássica de primeira ordem, contendo um conjunto adequado de conectivos proposicionais, quantificadores, variáveis individuais, símbolos auxiliares, como também símbolos específicos de cada teoria particular, como constantes individuais e, particularmente, símbolos para predicados. Digamos que £ contenha um número finito de predicados, por exemplo, um predicado unário P, dois predicados binários R e S e um predicado ternário Q. Iremos introduzir o conceito de identidade como um predicado binário (ou relação binária), definindo em termos dos predicados P, R, S e Q. Ou seja, $x = y$ será definido como:

$$\forall xy[(Px \leftrightarrow Py) \wedge \forall z\ ((Rzx \leftrightarrow Rzy) \wedge (Rxz \leftrightarrow Ryz) \wedge (Szx \leftrightarrow Szy) \wedge (Sxz \leftrightarrow Syz) \wedge \forall w\ (Qwzx \leftrightarrow Qwzy) \wedge (Qwxz \leftrightarrow Qwyz) \wedge (Qxwz \leftrightarrow Qywz)]$$ [7]

Como dito, este seria um método de *força bruta* (*exaustão*), uma vez que força com que a identidade seja definida em termos de uma fórmula que conste todos os predicados da linguagem. O que esse método diz sobre a identidade é que, quando dois termos estão relacionados pela identidade (quando x é idêntico a y), esses termos são indiscerníveis para todos os predicados da linguagem.

Este método sofre o seguinte problema. Dependendo dos predicados que constem na linguagem e do modelo oferecido, podemos observar que nossa linguagem tome dois objetos como idênticos quando, na estrutura, observamos que eles não são idênticos. Por exemplo, tome como as únicas constantes de predicados de £ os predicados unários P e R (que interpretaremos intuitivamente como sendo P o predicado de *ser humano* e R como *ser do sexo masculino*). Nesta linguagem iremos definir a identidade como:

$$(x = y) =_{def} (Px \leftrightarrow Py) \wedge (Rx \leftrightarrow Ry)$$

Portanto, x e y serão idênticos se ambos tiverem os predicados P e R, de modo que possamos substituir um pelo outro nas fórmulas que conste tais predicados sem que, com isso, alteremos o valor de verdade. Em nossa linguagem teremos como constantes individuais a, b e c. Tomemos agora a estrutura $\Re$ como modelo de nossa linguagem, cujo domínio D contenha três indivíduos: $D = \{Pedro, Maria, Marcos\}$. Ofereceremos então uma função de interpretação ρ, onde

[7] Omitimos os parênteses entre as variáveis individuais para facilitar a leitura.

$$\rho(a) = Pedro$$

$$\rho(b) = Maria$$

$$\rho(c) = Marcos$$

Haja vista a interpretação oferecidas, a (que é o *nome* em nossa linguagem de Pedro) e c (que é o *nome* em nossa linguagem de Marcos) satisfazem os predicados *P(a)*, *P(c)*, *R(a)* e *R(c)*. Isto é, ambos são *seres humanos* e do *sexo masculino*. Podemos observar que a fórmula

$$(Pa \leftrightarrow Pc) \wedge (Ra \leftrightarrow Rc)$$

é verdadeira no modelo oferecido. Portanto, em nossa linguagem obtemos que $a = c$, ou seja, que Pedro *é igual* a Marcos. No entanto, podemos observar que isso não condiz com o que temos em nossa estrutura.

Oferecemos esse modelo reduzido, com apenas dois predicados unários, para deixarmos claro onde se encontra o problema do método do Quine. De modo mais geral, podemos dizer que o método de Quine diz que a identidade é uma relação de indiscernibilidade entre os predicados da linguagem. No entanto, nada nos garante que nossa linguagem capta todas as propriedades que existem. Portanto, se tivermos um número x de predicados na linguagem (sendo x um número finito), e observemos que há duas constantes individuais indiscerníveis para esses predicados, o método de Quine nos permite inferir que essas duas contantes se referem ao mesmo indivíduo. No entanto, nada nos garante que eles sejam de fato idênticos, pois pode ser que haja uma outra propriedade no mundo que os torne discerníveis, mas que nossa linguagem não contenha um predicado que se refira a essa propriedade.

Além do mais, parece muito razoável que seja esse o caso. Pois é comum nas investigações científicas a descoberta de novas propriedades e características dos objetos. Se isso acontece, pode ser o caso que tenhamos tomado duas coisas como idênticas (pois são indiscerníveis pelos nossos predicados atuais), mas que com trabalhos científicos futuros nós venhamos a descobrir que há, de fato, uma propriedade que os diferencie. O problema, portanto, reside na adequação de nossa linguagem com o mundo. Se o método do Quine capturasse corretamente a identidade (como uma propriedade metafísica das coisas), tais casos não poderiam ocorrer — ao menos é isso que desejamos que aconteça ao oferecermos uma definição para identidade, *i.e.*, que ela seja bem sucedida em capturar a relação *metafísica* de identidade (que presumimos existir). Se tais casos podem ocorrer, então o método de Quine também não é bem sucedido na definição da identidade para linguagens elementar.

5.1.2 Problemas à identidade em linguagens de ordem-superior

Seja $\pounds^2$ uma linguagem de segunda-ordem com identidade, tal como usualmente definida. Como já é conhecido através dos trabalhos de Kurt Gödel, uma linguagem de ordem-superior (segunda ou maior ordem) será incompleta ao tomarmos todas as estruturas que modelem esta linguagem. Contudo, Leon Henkin (HENKIN, 1949) apresentou um método para *salvarmos* a completude de linguagens de ordem-superior (como *teoria dos tipos*) através de um método que seleciona apenas algumas estruturas específicas que modelem a linguagem em questão. Ou seja, se tomarmos todos os modelos da linguagem, provamos sua incompletude; no entanto, se selecionarmos apenas alguns modelos, podemos provar uma forma de completude. Tal *completude restrita* a certos modelos é chamada de "completude-de-Henkin"(cujos modelos selecionados chamaremos de "modelos-de-Henkin"ou "semântica-estilo-Henkin").[8]

O método tradicional de se definir a identidade em uma linguagem de ordem-superior (assumiremos uma linguagem de segunda-ordem) segue do seguinte modo:

$$(x = y) =_{def} \forall P[P(x) \leftrightarrow P(y)]$$

Ou seja, x e y são idênticos se satisfazem todas as mesmas fórmulas da linguagem. Por exemplo, se x é *igual* a y, então x e y instanciam as mesmas propriedades. Seja $\pounds^2$ uma linguagem de segunda-ordem, contendo um conjunto adequado de conectivos proposicionais, quantificadores, variáveis individuais, símbolos auxiliares, etc. A identidade, como já dito, deve capturar a Diagonal do Domínio, sendo interpretada nos modelos dessa linguagem como uma relação de equivalência (*i.e.*, reflexiva, simétrica e transitiva). Tomemos $\Re$ como estrutura que modele nossa linguagem, de modo que $\Re = \langle D, \{R_i\}_{i \in I}, \rho \rangle$ onde[9]

(i) $D \neq \emptyset$ sendo D o domínio de indivíduos da estrutura

(ii) Cada $i \in I$, R_i, é um conjunto não-vazio de relações de elementos de D; cada elemento de $\{R_i\}_{i \in I}$ é um subconjunto de D^i

[8] *ver* (CHURCH, 1996, §54) e (ROBBIN, 1969, pp.57; 147)

[9] Seguiremos a apresentação oferecida por (FRENCH; KRAUSE, 2006, pp.254-7)

(iii) ρ é uma função de interpretação que designa a cada *constante* individual a de $\mathcal{L}^2$ um indivíduo $\rho(a) \in D$; e para cada *constante* de predicado P, uma relação $\rho(P) \in \{R_i\}_{i \in I}$[10]

Seja então ν uma função de mapeamento que designa para cada *variável* individual x um elemento $\nu(x) \in D$; e para cada *variável* de predicado F um elemento $\nu(F) \in \{R_i\}_{i \in I}$. Podemos então estender ν a uma ν^*, tal que $\nu^*(a) = \rho(a)$, quando a é uma *constante* individual de $\mathcal{L}^2$; e $\nu^*(P) = \rho(P)$, quando P é uma *constante* de predicado. ν^* será chamada de "valoração de variáveis"de $\mathcal{L}^2$.

Se α é uma fórmula de $\mathcal{L}^2$, então dizemos que α é obtido na estrutura $\Re$ (quando $\Re$ é modelo de $\mathcal{L}^2$) através da valoração ν^*. Ou, formalmente,

$$\Re, \nu^* \models \alpha$$

Se obtemos, portanto, em $\mathcal{L}^2$ que $a = b$, então

$$\Re, \nu^* \models a = b$$

se, e somente se,

$$\Re, \nu^* \models F(a) \leftrightarrow F(b)$$

onde a e b são termos individuais e F uma variável de predicados. Em outros termos, se obtemos em $\mathcal{L}^2$ que $a = b$, então a estrutura que modela $\mathcal{L}^2$ deve ser tal que interpretará esta fórmula de modo que $\nu^*(a)$ e $\nu^*(b)$ (que são elementos de D) são membros de todos os mesmos subconjuntos $\nu^*(F)$ que pertencem a $\{R_i\}_{i \in I}$.

Devemos notar um ponto importante. Na contraparte semântica de nossa linguagem de segunda-ordem, os predicados são interpretados como elementos de $\{R_i\}_{i \in I}$, *i.e.*, subconjuntos do domínio. Digamos, por exemplo, que estamos falando dos estudantes da UFSC. Ou seja, o domínio de nossa estrutura será composto por todos os alunos da UFSC. Digamos agora que temos um predicado R e P, tal que R significa *estuda filosofia* e P significa *já leu Platão*. Podemos compreender então a afirmação *todo estudante de filosofia já leu Platão* formalmente como

$$\forall x (R(x) \to P(x))$$

Ou seja, para todo x, se x estuda filosofia, então x já leu Platão. Como isto será interpretado em nossa estrutura? A variável individual x

[10] *ver* (ENDERTON, 1972, cap.4)

percorrerá todo o domínio de nosso modelo (ou seja, x será um aluno da UFSC). R será o subconjunto do domínio composto apenas pelos alunos da UFSC que estudam filosofia, e P são todos os alunos da UFSC que já leram Platão (note que o subconjunto de alunos da UFSC que já leram Platão pode ser maior que o subconjunto de estudantes de filosofia, uma vez que outros estudantes, de outras áreas, podem já ter lido Platão). De modo geral, portanto, $\forall x(R(x) \rightarrow P(x))$ será compreendido como; o subconjunto de alunos da UFSC que estudam filosofia está contido no subconjunto de alunos da UFSC que já leram Platão.

Como apontado antes, é necessário *restringirmos* os subconjuntos do domínio (ou seja, não podemos selecionar todos os $\{R_i\}_{i \in I}$) para obtermos a *completude-de-Henkin.* Tomemos como constante individual de nossa linguagem $\pounds^2$ os termos a, b, c e d; e como modelo de $\pounds^2$ a estrutura $\Re'$, tal que o domínio de $\Re'$ será o conjunto $D' = \{1, 2, 3, 4\}$, e os subconjuntos selecionados de D (que interpretarão os predicados de $\pounds^2$) os conjuntos

$$\{1, 2\}$$

$$\{1, 2, 3\}$$

$$\{1, 2, 3, 4\}$$

$$\{1, 2, 4\}$$

E uma função de interpretação ρ, tal que

$$\rho(a) = 1$$

$$\rho(b) = 2$$

$$\rho(c) = 3$$

$$\rho(d) = 4$$

Ofereceremos então uma *valoração de variáveis*, tal que

$\nu^*(x) \in D'$ (se x é uma variável individual da linguagem)

$\nu^*(F) \in \{R\}$, tal que $\{R\} = \{\{1, 2\}, \{1, 2, 3\}, \{1, 2, 3, 4\}, \{1, 2, 4\}\}$ (se F é uma variável de predicados da linguagem)

$\nu^*(a) = \rho(a)$ (se a é uma constante individual da linguagem)

$\nu^*(P) = \rho(P)$ (se P é uma constante de predicado da linguagem)

Vimos anteriormente que (de acordo com a definição da identidade)

$$\Re', \nu^* \models a = b \Leftrightarrow \Re', \nu^* \models F(a) \leftrightarrow F(b)$$

Em outros termos, obtemos que $a = b$ em $\pounds^2$, apenas no modelo $\Re'$ desta linguagem, temos que

$$\forall_c X(\rho(a) \in X \leftrightarrow \rho(b) \in X)$$

Podemos facilmente observar que em $\Re'$ os indivíduos 1 e 2, que pertencem a D', pertencem a todos os mesmos subconjuntos selecionados. Ou seja, temos que

$$\Re', \nu^* \models a = b$$

Podemos provar, então, que $\Re'$ é modelo de $\pounds^2$, obtendo que $1 = 2$. Mas, obviamente, $1 \neq 2$.

Temos, por fim, duas alternativas: (1) Não restringir os subconjuntos que interpretarão os predicados de uma linguagem de segunda-ordem, perdendo a completude; (2) Mantermos a completude da lógica de segunda-ordem, mas através de *modelos-de-Henkin*.

Se não restringirmos os modelos, perdemos a completude da linguagem, mas se segue que a identidade se comportará corretamente (chamarei de "modelos comportados") — pois iremos selecionar os conjuntos-unitários, o que restringe de obtermos, como no exemplo oferecido, que $1 = 2$.

Por outro lado, se usarmos os *modelos-de-Henkin*, obtemos a completude, mas nossa linguagem não é capaz de delimitar apenas os modelos os quais a identidade se comportará corretamente. Ou seja, a linguagem não força que usemos apenas os *modelos comportados*, sendo sempre possível estarmos em um modelo em que se "perde" a identidade.

5.1.3 Definições pressupõem identidade

Bueno (2014), por outro lado, defende que a identidade é indefinível ao argumentar da existência de uma circularidade envolvida em qualquer tentativa de definição do conceito de identidade.

Há diversos tipos diferentes de definição[11] como, por exemplo, as definições explícitas, que recorrem a condições *necessárias* e *suficientes* para definir um termo; as definições implícitas, cujo o termo em questão

[11] *ver* (GUPTA, 2015); (TARSKI, 1993, pp.33; sec. 11)

é definido através do seu uso no contexto oferecido; definições ostensivas, geralmente feita através de um ato de ressaltar em um contexto o objeto que satisfaz o termo que se pretende definir (*e.g.*, ao apontar um cavalo para uma criança e *definir* o termo "cavalo" através desse ato).

Muitas definições, no entanto, podem ser analisadas contendo dois elementos principais: (1) Os termos que se quer definir, que chamaremos de "*definiens*"; (2) Uma expressão que vise definir o termo dado, que chamaremos de "*definiendum*". Dizemos, portanto, que o *definiens é igual ao definiendum*, *i.e.*, que existe uma relação entre o termo a ser definido e a expressão usada. Como vimos, quando se define explicitamente o conceito de identidade, através da TTI, o *definiens* é uma relação, *é igual a* ou *é idêntico a*, entre dois termos individuais (x e y, por exemplo); já o *definiendum* é a indiscernibilidade que os termos individuais referidos no *definiens* mantêm, *i.e.*, a natureza dos termos terem *as mesmas* propriedades ou qualidades (na acepção metafísica), terem os mesmos predicados ou satisfazerem as mesmas fórmulas de uma certa linguagem (na acepção lógica), ou serem elementos dos mesmos conjuntos (na acepção conjuntista). Pressupõe-se, portanto, que a relação de identidade, expressa no *definiens*, é eliminável (ou pode ser substituída) pela expressão da indiscernibilidade.[12]

Todavia, são assumidos de partida certos aspectos na definição da identidade. O primeiro ponto é que se espera que os termos individuais do *definiens* sejam os mesmos que aparecem no *definiendum.* Ou seja, formalmente, quando definimos a identidade em uma linguagem de segunda-ordem por

$$(x = y) =_{def} \forall P(P(x) \leftrightarrow P(y))$$

estamos pressupondo que o termo individual x que aparece em $(x = y)$ é o mesmo que aparece em $P(x)$ (e o mesmo para o termo individual y). Isto é, pressupomos que os termos do *definiens* são *idênticos* aos termos do *definiendum.* Além disso, o segundo ponto é que a própria noção de *definição* pressupõe, implicitamente, o conceito de identidade. Pressupomos que a relação existência entre o *definiens* e *definiendum* (quando uma definição é bem sucedida) é a identidade entre o termo definido e a expressão definidora. Destarte, a todo momento assumimos a identidade *de antemão.* Quando tentamos definir o conceito de identidade, a própria definição está pressupondo uma relação de identidade, havendo então uma circularidade em qualquer definição que vise

[12] *ver* (TARSKI, 1993, pp.35)

caracterizar o conceito de identidade.[13]

Problema similar pode ser aplicado a linguagens *empobrecidas*, na qual não podemos definir o conceito de identidade *apropriadamente* (*e.g.*, lógica proposicional). Um princípio clássico da lógica proposicional clássica é o *Princípio do Terceiro Excluído*:

$$\alpha \vee \neg\alpha$$

No entanto, pressupomos que a fórmula α que ocorre a esquerda da disjunção é a mesma fórmula α que ocorre a direita. Caso contrário essa fórmula não seria uma tautologia na lógica clássica. Pressupomos a identidade para o uso apropriado de linguagens relevantes, garantido até mesmo a relação de *inferência*, como também para a própria inteligibilidade de verdade lógicas e validade formal.

5.1.4 Objeções a Bueno

Ainda que Krause e Arenhart (2015) concordem com Bueno (2014) sobre a indefinibilidade da identidade, como vimos, eles diferem em suas razões. Acerca da posição de Bueno, Krause e Arenhart apresentam uma objeção se baseia na distinção entre *Teoria* e *Metateoria*, que seria uma característica importante para o debate em questão.

Quando elaboramos uma teoria qualquer nós *partimos* de uma certa metateoria já pressuposta, *i.e.*, aspectos aceitos, tomados como seguros, sobre os quais desenvolvemos a partir daí uma teoria (quase que de um modo construtivo).[14] A cada passo de nossa construção, mais e mais nosso esquema conceitual se torna sofisticado, até enfim obtermos a teoria desejada inicialmente. Após termos construído uma teoria sofisticada o suficiente nós somos capazes de empregar os recursos dessa teoria para analisar todos os passos dados anteriormente, compreendendo com rigor o que fizemos e, então, fundamentando nossa metateoria inicialmente pressuposta.

Por exemplo, antes de termos uma aritmética sofisticada, já temos em nossa metateoria uma noção intuitiva de *dois*. Precisamos disso para compreender que na fórmula $\alpha \vee \beta$ temos *duas* fórmulas atômicas (α e β) conectadas pela disjunção. Todavia, só depois de termos desenvolvido a teoria, e definido o número *dois*, que podemos voltar nossa atenção para o que fizemos anteriormente, analisando se nossas in-

[13] *ver* (BUENO, 2014); (MCGINN, 2000)
[14] *ver* (COSTA, 1962, pp.34)

tuições iniciais são consistentes com a definição que a teoria oferece. Do mesmo modo, nós podemos assumir uma metateoria que se assemelhe com a lógica clássica; mas, através desta metateoria, criar uma teoria *não-clássica*, onde alguns dos princípios da lógica clássica falham (*e.g.*, a lógica intuicionista e o princípio da não-contradição). Assim, a objeção de Bueno peca por não admitir este fato.

Objeção 18 - Teoria e Metateoria

A objeção de Krause e Arenhart (2015) se faz nos seguintes termos: Por que assumirmos que nossa metateoria determina de algum modo a teoria que obteremos? Pois ainda que usemos a identidade no nosso esquema conceitual inicial (nossa metateoria), isso não determina que a identidade deva ser aplicado aos objetos de nossa teoria resultante. Os exemplos disso são variados, como as lógicas não-reflexivas, quasi-conjuntos e até mesmo em interpretações científicas (ainda que formuladas em uma matemática *standard*, que é clássica).

Objeção 19 - Possível Definibilidade

Outra objeção de Krause e Arenhart (que eles não parecem interessados em desenvolver completamente) é que a identidade pode ser definida em linguagens de ordem-superior (como na linguagem de segunda-ordem). No entanto, devemos fazer a restrição que *apenas* os *modelos standard* serão, propriamente, modelos para nossa linguagem em questão. Como vimos anteriormente, os *modelos standard* seriam aqueles nos quais a identidade funciona *apropriadamente* (*i.e.*, de acordo com nossas intuições metateóricas sobre a natureza da identidade). Todavia, precisamos oferecer razões do por que devemos fazer tais restrições, pois caso contrário isso seria *ad hoc*.

Objeção 20 - A Identidade é Definida

Uma possível objeção que podemos apresentar, tanto a Krause e Arenhart como a Bueno, questiona as dificuldades já mencionadas com a definição da identidade. Podemos dizer que a identidade pode ser definida, no entanto, o problema é compreendermos o que estamos chamando de "identidade". A objeção se seguiria do seguinte modo. Se a relação de identidade for simbolizada por "=" em um certo sistema, então podemos definir a identidade em uma linguagem apropriada. Basta oferecermos diretamente uma definição, ou mesmo a tomarmos como primitiva. Deste modo, não haveria problema em falarmos que definimos corretamente a identidade, pois se a “identidade” é representada por um certo símbolo em em uma linguagem, e oferecemos uma definição para como esse símbolo irá se comportar, então a identidade *está* definida.

Há, no entanto, uma resposta direta a essa objeção. Como vimos anteriormente, antes de formularmos nossa teoria, temos uma *intuição* do que é a identidade. Quando oferecemos uma definição para esse conceito em uma dada teoria (uma linguagem de segunda-ordem, por exemplo), podemos contrastar nossa intuição da identidade com o que foi definido no sistema. Todavia, quando analisamos os modelos *não-standard* de uma linguagem com identidade, podemos observar que a definição oferecida para a identidade não “captura” nossas intuições sobre o conceito de identidade naqueles modelos. Assim, ainda que possamos dizer que a identidade tenha sido definida em tal linguagem (pois as definições ou axiomas foram oferecidos para tal conceito), nós podemos dizer que a definição não foi *bem sucedida*. Esta parece ser a intuição de Krause e Arenhart, haja visto que nenhuma definição conhecida capta o sentido intuitivo da identidade.

5.2 IDENTIDADE E QUANTIFICAÇÃO

Bueno (2014) defende que a inteligibilidade dos quantificadores (ou mesmo a prática de *quantificar*) depende do conceito de identidade. Na semântica da lógica clássica, por exemplo, a quantificação requer a identidade dos objetos sobre os quais se quantifica. Considere o caso que α é arbitrário e não ocorra livre para φ em

$$\varphi(\alpha) \models \forall x(\varphi(x))$$

Assume-se que cada objeto no domínio de quantificação é tal que tem o predicado φ. No entanto, isso pressupõe que cada objeto é distinto, pois se é o mesmo objeto quantificado diversas vezes, isso não suportaria a conclusão $\forall x(\varphi(x))$. A noção que α é arbitrário tem uma força inferencial substantiva: é exigida para implicar que nenhum objeto y do domínio, *diferente* de α é $\neg\varphi(y)$. A exigência de que seja diferente de α emerge do fato que o domínio não deve possuir elementos contraditórios. Se fosse o mesmo, teríamos então $\varphi(\alpha)$ e $\neg\varphi(\alpha)$.

Além disso, tomemos α como arbitrário na inferência $\varphi(\alpha)$ para $\forall x(\varphi(x))$; e α não é arbitrário na inferência de $\varphi(\alpha)$ para $\exists x\varphi(x)$. Ambos os quantificadores acabam colapsando. A identidade, portanto, seria exigida para fazermos tal distinção, pois α é dito arbitrário em $\varphi(\alpha)$

quando somos capazes de determinar que nenhum objeto diferente de α é $\neg\varphi$.

Essa interpretação dos quantificadores, como notam Krause e Arenhart (2015), seria a chamada "interpretação objetual dos quantificadores", que compreende que quantificar é falar sobre cada objeto individual quantificado. Vejamos melhor como é esta interpretação.

5.2.1 Interpretação Objetual dos Quantificadores

Compreende-se a interpretação objetual dos quantificadores como a leitura dos quantificadores que assume os objetos (pertencente ao domínio da estrutura que modela tal linguagem) como valores das variáveis ligadas de uma certa fórmula. Esta interpretação é considerada *standard*, sendo argumentável que desde Frege (FREGE, 1879) tal compreensão dos quantificadores é assumida. Os quantificadores lógicos de uma certa linguagem são analisados como se referindo a um domínio de entidades, de maneira tal que os quantificadores *universal* e *existencial* são interpretados como:

$(\exists x)\varphi$ *sse* pelo menos um elemento do domínio satisfaz φ

$(\forall x)\varphi$ *sse* todos os elementos do domínio satisfazem φ

Tal interpretação assume que uma certa fórmula quantificada é verdadeira quando as variáveis percorrem [*range over*] os objetos do domínio de quantificação. Como vimos antes, dada uma certa linguagem de predicados, ofereceremos uma estrutura que irá modelar tal linguagem quando os axiomas desta são satisfeitos. Em tal estrutura haverá um domínio D (que é um conjunto de objetos), um conjunto de relações $\{R\}$ (que são subconjuntos do domínio) e uma função de interpretação ρ (que *ligará* nossa linguagem a tal estrutura, atribuindo, por exemplo, elementos do domínio às constantes individuais da linguagem). Tome $\rho(x/\alpha)$ como o resultado da substituição de uma variável livre x pelo nome de um indivíduo α que pertence a D. Podemos então formular de modo mais rigoroso a interpretação objetual do seguinte modo:

ρ satisfaz $(\exists x)\varphi$ *sse* pelo menos um $\alpha \in D$, tal que $\rho(x/\alpha)$ satisfaz φ

ρ satisfaz $(\forall x)\varphi$ *sse* todo $\alpha \in D$, tal que $\rho(x/\alpha)$ satisfaz φ

Podemos compreender isso intuitivamente do seguinte modo. Dada uma fórmula que afirma que existe um x tal que $\varphi(x)$, então uma certa estrutura irá modelar esta fórmula se houver algum objeto que pertence ao domínio dessa estrutura que satisfaça φ; Dada uma fórmula que afirma que todo x é $\varphi(x)$, então uma certa estrutura irá modelar esta fórmula se todos os objetos que pertencem ao domínio dessa estrutura satisfaçam φ.

Devemos notar que para tal interpretação ter êxito é necessário que o domínio seja não-vazio, além de que cada objeto pertencente ao domínio seja discernível um do outro — uma vez que tal interpretação assume uma semântica referencial *standard*, formulada, por exemplo, em *ZF*. É argumentável, portanto, que quando se trabalha com uma semântica referencial, em contextos de quantificação, estamos pressupondo uma ontologia — uma vez que assumimos a existência de entidades que satisfaçam nossa linguagem. Tal ontologia, advogam os defensores da identidade, é clássica, de modo que cada elemento tenha critérios de identidade.

Krause e Arenhart (2015), por outro lado, advogam que essa interpretação não é unânime. Podemos, muito bem, oferecer uma interpretação diferente da objetual. Vejamos como esta interpretação é compreendida.[15]

5.2.2 Interpretação Substitucional dos Quantificadores

Uma interpretação alternativa à interpretação objetual, advogada por Marcus (MARCUS, 1962), é a Interpretação Substitucional dos Quantificadores.[16] Tal interpretação propõe uma leitura dos quantificadores em termos de conjunções e disjunções, ao invés de *existência*. Tal interpretação, advoga Marcus (MARCUS, 1962, pp.253) exclui comprometimentos ontológicos. Podemos formular tal interpretação do seguinte modo:[17]

$$(\Sigma x)\varphi \textit{ sse } \text{pelo menos alguma instância de } \varphi \text{ é verdadeira}$$

[15] Deixa-se claro que Krause e Arenhart não defendem a interpretação que se seguirá, mas apenas a tomam como uma das alternativas possíveis à interpretação objetual.

[16] Como nota Bueno (*comunicação pessoal*), a interpretação substitucional dos quantificadores é limitada (só funciona para universos enumeráveis) e é argumentável que também pressupõe a identidade.

[17] Seguindo as orientações de Kripke (KRIPKE, 1976), usemos símbolos distintos para os quantificadores da interpretação objetual ($\exists$ e $\forall$) e para a quantificação na interpretação substitucional (Σ e Π).

$(\Pi x)\varphi$ *sse* todas as instâncias de φ são verdadeiras

Entende-se que se obtém uma instância de uma fórmula φ quando uma constante individual substitui uma variável livre em φ. Assim podemos dizer que dado um t abrangendo sobre constantes individuais e $\varphi(x/t)$ (sendo o resultado ao substituir as ocorrências de x em φ por t):

$$(\Sigma x)\varphi =_{def} \varphi(x/t_1) \vee \varphi(x/t_2) \vee \varphi(x/t_3) \vee ... \vee \varphi(x/t_n)$$

$$(\Pi x)\varphi =_{def} \varphi(x/t_1) \wedge \varphi(x/t_2) \wedge \varphi(x/t_3) \wedge ... \vee \varphi(x/t_n)$$

Podemos compreender isso intuitivamente do seguinte modo. Uma fórmula que afirma que existe um x tal que $\varphi(x)$ é equivalente a uma disjunção de todas as fórmulas onde φ está ligada a uma constante da linguagem. Assim, se temos uma linguagem com as constantes a, b e c, então a fórmula que afirma que existe um x tal que φ será equivalente a disjunção $\varphi(a) \vee \varphi(b) \vee \varphi(c)$. Por outro lado, uma fórmula que afirma que todo x é $\varphi(x)$ é equivalente a conjunção de todas as fórmulas onde φ está ligada a uma constante da linguagem que, como no caso anterior, seria $\varphi(a) \wedge \varphi(b) \wedge \varphi(c)$.

Devemos notar que na interpretação substitucional, como proposta, exige-se que haja um nome presente na linguagem (no caso, o termo t, uma constante individual) no lugar de uma referência a um indivíduo do domínio de quantificação (como proposta na interpretação objetual). Deste modo, se a linguagem contiver um número infinito de constantes individuais, a conjunção e a disjunção teria um tamanho infinito. Isso não poderia ocorrer em uma lógica não-infinitária, como é o caso da lógica clássica. Portanto, se assumirmos que nossa linguagem objeto tem um número infinito de constantes individuais, e tomarmos a interpretação substitucional dos quantificadores, então nossa metalinguagem (onde iremos interpretar os quantificadores) deverá ser infinitária, possibilitando interpretarmos a quantificação universal através de uma conjunção infinita.

5.2.3 Objeções a Bueno

Além de objetarem Bueno, contra a interpretação objetual, Krause e Arenhart (2015) apresentam algumas outras objeções.

Objeção 21 - Semânticas Diferentes

Krause e Arenhart argumentam que não é necessário usarmos uma semântica *estilo-Tarski*, podendo aplicar uma semântica cujo significado dos quantificadores é fixado apenas por suas regras sintáticas, usadas para tais constantes lógicas. Neste caso, nada será dito sobre o domínio, sendo esta uma abordagem puramente formal dos quantificadores — ou seja, eliminando os aspectos intuitivos da quantificação.

De acordo com essa abordagem, o modo como os quantificadores operam é determinado pelos axiomas usados, e não por sua interpretação pretendida tal como oferecida em uma semântica usual (*estilo-Tarski*). Se é o caso que podemos oferecer uma abordagem desse tipo, não precisamos interpretar os quantificadores fazendo alusão aos objetos do domínio (e, portanto, isso não exige que os objetos preservem critérios de identidade).

Objeção 22 - Contra a Interpretação Objetual

Considere a regra de generalização universal, tal que de $\varphi(\alpha)$ se segue que $\forall x(\varphi(x))$ quando α é tomado como arbitrário. A posição de Bueno seria que a regra se mantém uma vez que *cada* objeto do domínio é φ. No entanto, mesmo na semântica clássica há uma interpretação diferente, sem mencionar *cada* objeto do domínio. Chamemos $|\varphi|$ a classe de objetos do domínio que satisfazem φ; e seja D o domínio de interpretação de nossa estrutura. A interpretação $\forall x(\varphi(x))$ pode ser estabelecida apenas dizendo que D é subconjunto de $|\varphi|$. Usando de um exemplo intuitivo, podemos dizer que $|\varphi|$ é a classe de todos (e são apenas dois) os átomos oxigênios da molécula O_2, sem precisarmos identificar cada um dos átomos de oxigênios.[18]

Objeção 23 - Quantificação e Discernibilidade

Krause e Arenhart (2015) argumentam, por fim, que podemos interpretar a regra da generalização universal com o conceito de *discernibilidade* ao invés da identidade (como propõe Bueno). Podemos dizer que não há algo no domínio, *discernível* de α, que é $\neg\varphi$. Logo, se podemos interpretar a quantificação apenas através do conceito de *discernibilidade*, então não precisamos pressupor que a identidade é fundamental para a quantificação.

Por exemplo, é possível erigir uma semântica na teoria de quase-conjuntos, com um domínio de objetos indiscerníveis. Assim, $\forall x(\varphi(x))$

[18]Bueno nota que esta objeção pressupõe a Teoria dos Conjuntos e, dado o Axioma da Extensionalidade, a identidade também é assumida. Contudo, podemos assumir uma Teoria de Quase-Conjuntos. O ponto, portanto, é que podemos entender a semântica de quantificadores sem apelar, diretamente, para a identidade.

significa simplesmente “para todo objeto do domínio”, sem que necessitemos nomeá-los ou identificá-los. A possibilidade dessa semântica mostra que o argumento de Bueno não funciona.

Bueno argumenta, contudo, que a indiscernibilidade pressupõe a identidade, já que a relação de equivalência que caracteriza a indiscernibilidade assume esta última. O mesmo vale para a discernibilidade, uma vez que se α é discernível de β, então há uma propriedade P tal que $P(\alpha)$ mas $\neg P(\beta)$. Mas, nesse caso, α e β são distintos.

6 ESBOÇO PARA UMA POSIÇÃO ALTERNATIVA

Como observamos, Bueno oferece quatro razões do porquê a identidade é fundamental: (1) a identidade é exigida em todo sistema conceitual; (2) é uma condição mínima para a caracterização de indivíduo; (3) é um conceito não definível; e, por fim, (4) a identidade é requerida para a quantificação. Segundo ele, portanto, a identidade é um conceito não eliminável. Por outro lado, Krause e Arenhart apresentaram uma série de argumentos que visam objetar cada uma dessas quatro posições, defendendo também que a identidade é um conceito que pode ser eliminado através de outro conceito, mais "fraco", que é a *indiscernibilidade*.

Neste capítulo pretendo apresentar um esboço para uma posição alternativa no debate. Enquanto recuso o modo como Bueno parece compreender o conceito de identidade, tentarei abordar tal conceito de um outro modo. Em contrapartida, recuso a dispensabilidade da identidade, advogada por Krause e Arenhart, mantendo que a identidade desempenha um papel fundamental. Ou seja, por um lado, aceito a fundamentalidade da identidade proposta por Bueno, mas recuso o modo como ele, aparentemente, entende a identidade; e, por outro, aceito as críticas de Krause e Arenhart ao modo como se entende a identidade tradicionalmente (sendo algumas dessas críticas também apontadas à posição de Bueno), mas recuso a análise proposta que visa descartar a identidade em prol da indiscernibilidade.

Em primeiro momento preciso distinguir três noções de identidade, as quais chamarei de "identidade cardinal", "identidade metafísica" e, por último, "identidade epistêmica". Pretendo, com isso, analisar as teses apresentadas ao longo do texto à luz dessas três noções de identidade (e, consequentemente, diferença). Ao final apresentarei algumas razões gerais que justificariam uma posição alternativa tendo em vista tais noções.

Chamo de "identidade cardinal" aquilo que determina a unidade dos objetos. Por exemplo, quando expressamos afirmações na forma "Pelé é Edson Arantes do Nascimento", levamos em consideração não apenas que o objeto designado pelo nome "Pelé" tem as mesmas propriedades que o objeto designado pelo nome "Edson Arantes do Nascimento". Aparentemente, utilizamos enunciados que expressam identidade para afirmar que os termos designam *o mesmo* objeto, *i.e.*, designam *um* e *o mesmo* objeto que mantém uma *unidade*.[1] A identidade

[1]Pode ser objetado que não existe uma diferença substancial entre a noção

metafísica, de outro modo, caracteriza a natureza dos objetos. Ou seja, quando afirmamos que x e y têm as mesmas propriedades ou a mesma substância?[2] E, por fim, a identidade epistêmica trata da nossa capacidade cognitiva de diferenciar ou não os objetos. Essa distinção, *prima facie*, pode parecer irrelevante. Todavia, seu propósito será claro de acordo com seu uso.

A Teoria Tradicional da Identidade, de modo geral, parece assumir que essas três noções de identidade mantêm uma relação muito aproximada. Isto é, x e y têm as mesmas propriedades (são metafisicamente idênticos) quando são o mesmo objeto (são cardinalmente idênticos) e são indiscerníveis, *i.e.*, não somos capazes de diferenciá-los (são epistemicamente idênticos). Bueno, até certo ponto, parece também manter a relação entre identidade cardinal e identidade metafísica.[3]

Krause e Arenhart, contudo, parecem assumir que essas três noções não se relacionam da mesma forma. Por exemplo, dado x e y, a cardinalidade do conjunto $\{x, y\}$ pode ser igual a 2 (em outros termos, x e y não são *o mesmo* objeto, *i.e.*, são cardinalmente diferentes); mas, ainda assim, pode ser o caso de que x e y sejam metafisicamente idênticos, uma vez que suas propriedades podem ser as mesmas; além disso, x e y podem ser epistemicamente indiscerníveis (nós não somos capaz de discerni-los). Casos como esses seriam os oferecidos por certas interpretações da Mecânica Quântica. Em certos casos, por exemplo, podemos dizer que o número de partículas em um experimento é 3, ainda que a teoria determine que tais partículas sejam metafisicamente idênticas (*e.g.*, tendo as mesmas propriedades observacionais em comum) e, além disso, não somos epistemicamente capazes de discerni-las.

Tendo em vista a distinção que proponho, fica claro onde está

---

de identidade cardinal e identidade numérica. Contudo, acredito que "identidade numérica" é um termo que tradicionalmente ficou associado à Teoria Tradicional da Identidade e que, como veremos à frente, relaciona-se a noções que chamo de "identidade metafísica" e "epistêmica".

[2]Este ponto dependerá da teoria metafísica subjacente. Seja como for, se uma teoria metafísica determina que a natureza dos objetos são determinados por X (propriedade, substância, posição em uma dada estrutura ou seja lá o que tal metafísica determina como fundamental), então x e y são metafisicamente idênticos quando ambos têm os mesmos X.

[3]Esta leitura parece razoável, uma vez que defende que a identidade é um componente fundamental para a própria individuação. Isto é, ser metafisicamente idêntico (ter a mesma natureza que permite ser distinguível e re-identificável) implica em ser *um* e *o mesmo* — ou seja, ser cardinalmente idêntico, utilizando da terminologia que estou empregando.

a natureza do problema. A Teoria Tradicional da Identidade afirma que a identidade metafísica implica a identidade cardinal. Objetos com a mesma natureza são *o mesmo* objeto (são *um*, mantendo sua *unidade*). Todavia, se as interpretações da Mecânica Quântica que Krause e Arenhart expõem estão corretas quanto a tais experimentos, parece razoável aceitarmos que certas partículas podem não preservar a identidade (ao menos a noção de identidade proposta pela TTI). Uma vez que, em certos casos, várias partículas são todas indiscerníveis entre si (são metafisicamente idênticas), mas que ainda assim não são os *mesmos* objetos (ou seja, a cardinalidade de tal conjunto é maior que 1, de modo que elas são cardinalmente diferentes).

Seguindo as objeções apresentadas por Krause e Arenhart, não parece razoável aceitarmos que a identidade seja fundamental. Ao mesmo tempo que, até certo ponto, a identidade parece ser um conceito central para a própria inteligibilidade do mundo — como, acredito, Bueno estar correto em defender. Precisamos então perguntar: Qual identidade? O problema parece residir no fato que nas discussões que apresentamos as três noções de identidade que aqui estou propondo ficam confusas. Diferente da posição de Bueno, defendo que a identidade (que relaciona estritamente a identidade metafísica e a identidade cardinal) não é fundamental. Por outro lado, diferente de Krause e Arenhart, não acredito que todas as três noções de identidade oferecidas possam ser completamente descartadas em prol de um outro conceito (*viz.*, indiscernibilidade).

Utilizando aqui das distinções que ofereci, não parece sensato defender que a identidade metafísica seja, em algum aspecto, fundamental. Não precisamos pressupor relações acerca de propriedades (ou substância) para usar a identidade ou diferença — seja quando falamos que dois conceitos são iguais ou quando falamos que duas partículas são epistemicamente indiscerníveis.

Em contrapartida, não parece razoável aceitar que podemos sempre eliminar alguma das noções de identidade. Krause e Arenhart advogam que certas interpretações na Mecânica Quântica o conceito de identidade não é aplicável. Contudo, qual conceito de identidade? Eles parecem argumentar contra a identidade tal como tradicionalmente definida (TTI), cuja identidade metafísica está essencialmente relacionada a ser cardinalmente idêntico e epistemicamente indiscernível. Nesse aspecto concordo com eles. No entanto, não parece que é todo o conceito de identidade que pode ser eliminado.

Com as três noções de identidade proposta, podemos ver que quando falamos de partículas fundamentais, ainda que possamos eliminar a noção de identidade metafísica (pois em certos estados duas partículas podem ter todas as mesmas propriedades); não parece razoável eliminarmos a noção de identidade cardinal (pois nós determinamos a quantidade, i.e., a cardinalidade de um conjunto de partículas).

Krause e Arenhart poderão argumentar que a noção de cardinalidade aqui envolvida não pressupõe a identidade (mas apenas a indiscernibilidade). Todavia, o ponto em questão é que cada partícula tem de preservar uma relação de unidade consigo mesmo — caso contrário não poderíamos afirmar que é *uma* partícula. Indiferente ao modo como teoricamente descrevemos que há 3 partículas, tem de haver algo na própria natureza delas que mantém tais partículas coesas, *i.e.*, preservando uma unidade em si mesma. O que a indiscernibilidade nos permite fazer é garantir que, mesmo quando estamos diante de um conjunto de partículas indiscerníveis, nós conseguimos lidar com tal conjunto de modo a obter que não há apenas *um* objeto (tal como ocorre nas teorias clássicas, onde a indiscernibilidade implica na identidade cardinal), mas sim vários. Todavia, mesmo em nas teorias advogadas por Krause e Arenhart (como a teoria de Quasi-Conjuntos (KRAUSE, 1992)), não há uma explicação para o que, na natureza das partículas, determina a *unidade* de tais objetos.[4] Ainda que na teoria tais objetos (por vezes chamados de "não-indivíduos") sejam tratados apenas com o conceito de indiscernibilidade (de modo que a identidade, tal como analisada pela TTI, seja aplicada apenas ao objetos chamados de "clássicos", ou indivíduos), tais objetos mantêm uma unidade — consequentemente, uma identidade cardinal. Assim, o problema que ocorre nos experimentos com partículas quânticas é determinar o comportamento da identidade metafísica (*i.e.*, será, de fato, que todas essas partículas são metafisicamente idênticas?). Contudo, a identidade cardinal destas partículas precisam ser bem determinadas.

Acredito, portanto, que qualquer teoria metafísica que aceite a existência de entidades que mantenham uma unidade (seja diacrônica ou sincrônica), e que não sejam entidades completamente *vagas*[5], tomará como fundamental o que chamo de identidade cardinal. O que irá diferenciar as teorias nesse aspecto é o modo pelo qual se caracteriza ou define tal identidade. Como vimos, a TTI define a identidade cardinal em termos do que chamo de "identidade metafísica" — posição essa atacada por Krause e Arenhart. Para preservar o tom de franqueza que

[4] Aceito, claro, que não é cabe à teoria de Quasi-Conjuntos oferecer tal explicação, mas é um papel para física ou metafísica.

[5] Há, contudo, teorias que adotam posições como essa. *C.f.* (AKIBA; ABASNEZHAD, 2013)

tentei manter ao longo do texto, preciso reconhecer ao leitor que não me é completamente claro se é possível definir o que chamo de "identidade cardinal". Disto segue, portanto uma objeção que antecipo. Em momento algum fui preciso ao caracterizar as três noções de identidade que ofereci (principalmente a identidade cardinal, que estou assumindo ser fundamental). Usei, até então, uma caracterização informal destas noções pois não posso oferecer definições precisas até o momento. Ao meu ver, o problema de definir a identidade cardinal (aquilo que dá unidade aos objetos) é um dos principais problema acerca da identidade (que envolveria também o problema da individuação).

No entanto, espero que a distinção que aqui ofereço tenha como ganho teórico permitir que trabalhemos de modo mais claro com os problemas aqui tratados. A apresentação que fiz, no entanto, é apenas um esboço geral que precisa ser melhor trabalhado. Há algumas propostas de discussões futuras acerca desta distinção como, por exemplo:

(a) O que é a identidade cardinal?

Quando dizemos que *duas* partículas são metafisicamente idênticas, o que nos permite dizer que são duas? O que é essa noção que permite conferir unidade as coisas?

(b) Como essas noções de identidade (e diferença) cardinal, metafísica e epistêmica se relacionam?

Poderia haver algum caso no qual x e y são metafisicamente distintos, mas cardinalmente idênticos? Ser metafisicamente idêntico parece implicar em ser epistemicamente indiscernível, no entanto, ser epistemicamente indiscernível implica em ser metafisicamente idêntico?

(c) O que seria então um indivíduo à luz dessas distinções?

Para algo ser um indivíduo ele precisa manter a unidade, isso implica que mantém a identidade cardinal? Se x e y são o mesmo indivíduo, eles podem ser metafisicamente idênticos, mas epistemicamente discerníveis (dependendo dos contextos de evidência, por exemplo)?

7 CONCLUSÕES

Espero ter apresentado, com sucesso, razões suficientes ao longo deste trabalho para concluir que a análise proposta pela *Teoria Tradicional da Identidade* tem problemas importantes e, aparentemente, insuperáveis. Por razões que me escapam, a literatura filosófica atual não oferece a devida importância a tais problemas, sendo poucos — como Décio Krause, Jonas Arenhart, Otávio Bueno, Steven French e alguns outros — que nos dias de hoje ainda oferecem atenção aos pontos aqui discutidos e ainda não solucionados. Acredito, por conseguinte, que precisamos rever todo o trabalho filosófico e formal tradicionalmente empregado que tenta compreender a identidade.

A posição advogada por Bueno, ainda que ele tenha boas razões ao defender a fundamentalidade da identidade, não está isenta de problemas. E ainda que Krause e Arenhart tenham razões por atacar a *Teoria Tradicional da Identidade* (e apontem também críticas cruciais à posição de Bueno), também não oferecem razões suficientes para decidirem a discussão e concluírem que a identidade (de modo geral) é dispensável e não-fundamental. Como esbocei no capítulo anterior, acredito que pode haver uma posição alternativa no atual debate — uma que, talvez, seja um meio-termo entre essas duas posições. A distinção conceitual que propus entre "identidade cardinal", "identidade metafísica" e "identidade epistêmica" — longe de ser imune à dificuldades — pode, ao meu entender, ser de algum modo aproveitada e útil aos propósitos da discussão. Todavia, como espero ter deixado claro, a posição alternativa apresentada, tal como a distinção conceitual que propus, é apenas um esboço que precisa ser analisada cuidadosamente.

Em vista de tudo o que foi apresentado, acredito que estamos ainda diante de um problema em aberto. E, se como disse no começo, o problema para se compreender a identidade já fez com que *rios de tinta* rolassem sob as canetas dos homens mais geniais que a humanidade produziu — e que, com segurança, posso concluir que compreendemos melhor hoje do que antes a discussão graças a esses homens —, *mares de tinta* parecem ser necessários para que, enfim, uma resposta adequada seja alcançada — se o for.

REFERÊNCIAS

AKIBA, K.; ABASNEZHAD, A. **Vague objects and vague identity**. [S.l.]: Springer, 2013.

ARISTOTLE. **The Metaphysics (Penguin Classics)**. [S.l.]: Penguin Classics, 1999.

ARISTOTLE. **On Sophistical Refutations**. [S.l.]: CreateSpace Independent Publishing Platform, 2012.

BELL, J. L. Infinitary logic. In: ZALTA, E. N. (Ed.). **The Stanford Encyclopedia of Philosophy**. Spring 2012. [S.l.: s.n.], 2012.

BÉZIAU, J.-Y. Quine on identity. **Principia: an international journal of epistemology**, v. 7, n. 1-2, p. 1–15, 2003.

BLACK, M. The identity of indiscernibles. **Mind**, v. 61, p. 153–164, 1952.

BRAIDA, C. R.; KRAUSE, D. **Ontologia II**. 2 ed.. ed. [S.l.]: Universidade Federal de Santa Catarina, 2013.

BUCHOLTZ, M.; HALL, K. Language and identity. **A companion to linguistic anthropology**, v. 1, p. 369–394, 2004.

BUENO, O. Why identity is fundamental. **American Philosophical Quarterly**, v. 51, n. 4, 2014.

BUENO, O. Can identity be relativized? In: **The Road to Universal Logic**. [S.l.]: Springer, 2015. p. 253–262.

CHANG, C. C.; KEISLER, H. J. **Model Theory**. Third ed. [S.l.: s.n.], 2012.

CHURCH, A. **Introduction to mathematical logic**. [S.l.]: Princeton University Press, 1996.

COSTA, N. C. da. **Introdução aos fundamentos da matemática**. [S.l.]: Of. Gráficas da Livraria do Globo, 1962.

CRANE, D. **Fashion and its social agendas: Class, gender, and identity in clothing**. [S.l.]: University of Chicago Press, 2012.

ENDERTON, H. **An introduction to mathematical logic**. [S.l.]: Academic Press New York, 1972.

ENDERTON, H. B. **Elements of set theory**. [S.l.]: Academic Press, 1977.

FRAENKEL, A. A.; BAR-HILLEL, Y.; LEVY, A. **Foundations of set theory**. [S.l.]: Elsevier, 1973.

FRANCIA, G. T. D. **The investigation of the physical world**. [S.l.]: CUP Archive, 1981.

FREGE, G. Begriffsschrift, a formula language, modeled upon that of arithmetic, for pure thought. **From Frege to Gödel: A source book in mathematical logic**, v. 1931, p. 1–82, 1879.

FRENCH, S.; KRAUSE, D. **Identity in Physics: A Historical, Philosophical and Formal Analysis**. Oxford: Oxford Un Press, 2006.

GALLOIS, A. Identity over time. In: ZALTA, E. N. (Ed.). **The Stanford Encyclopedia of Philosophy**. Summer 2012. [S.l.: s.n.], 2012.

GAUNTLETT, D. **Media, gender and identity: An introduction**. [S.l.]: Routledge, 2008.

GRACIA, J. J. E. **Individuality: An Essay on the Foundations of Metaphysics (S U N Y Series in Philosophy)**. [S.l.]: State Univ of New York Pr, 1988.

GUPTA, A. Definitions. In: ZALTA, E. N. (Ed.). **The Stanford Encyclopedia of Philosophy**. Summer 2015. [S.l.: s.n.], 2015.

HENKIN, L. The completeness of the first-order functional calculus. **The journal of symbolic logic**, Cambridge Univ Press, v. 14, n. 03, p. 159–166, 1949.

HEYES, C. Identity politics. In: ZALTA, E. N. (Ed.). **The Stanford Encyclopedia of Philosophy**. Winter 2014. [S.l.: s.n.], 2014.

KLEENE, S. C. **Mathematical logic**. [S.l.]: Courier Corporation, 2002.

KORFMACHER, C. Personal identity. **Internet encyclopedia of philosophy**, Internet Encyclopedia of Philosophy, 2006.

KRAUSE, D. On a quasi-set theory. **Notre Dame Journal of Formal Logic**, Duke University Press, v. 33, n. 3, p. 402–11, 1992.

KRAUSE, D. **Introdução aos Fundamentos Axiomáticos da Ciência**. [S.l.]: E.P.U., 2002.

KRAUSE, D.; ARENHART, J. R. Is identity really so fundamental? 2015 – No Prelo.

KRIPKE, S. Identity and necessity. **Perspectives in the Philosophy of Language**, Broadview Press, p. 93–126, 1971.

KRIPKE, S. A. **Naming and necessity**. [S.l.]: Springer, 1972.

KRIPKE, S. A. Is there a problem about substitutional quantification? 1976.

KUNEN, K. **Set theory an introduction to independence proofs**. [S.l.]: Elsevier, 2014.

LEIBNIZ, G. W. **The monadology**. [S.l.]: Springer, 1989.

LEIBNIZ, G. W. F. von; REMNANT, P.; BENNETT, J. **Leibniz: New Essays on Human Understanding**. [S.l.]: Cambridge University Press, 1996.

LOCKE, J. **An Essay Concerning Human Understanding (Hackett Classics)**. Abridged. [S.l.]: Hackett Publishing Company, Inc., 1996.

MACKIE, P.; JAGO, M. Transworld identity. In: ZALTA, E. N. (Ed.). **The Stanford Encyclopedia of Philosophy**. Fall 2013. [S.l.: s.n.], 2013.

MARCUS, R. B. Interpreting quantification. Taylor & Francis, 1962.

MARGOLIS, E.; LAURENCE, S. Concepts. In: ZALTA, E. N. (Ed.). **The Stanford Encyclopedia of Philosophy**. Spring 2014. [S.l.: s.n.], 2014.

MCGINN, C. Logical properties. **Identity, Existence, Predication, Necessity, Truth**, 2000.

MENDELSON, E. **Introduction to Mathematical Logic**. 5th ed.. ed. New York: Wadsworth and Brooks, 2010.

NOONAN, H.; CURTIS, B. Identity. In: ZALTA, E. N. (Ed.). **The Stanford Encyclopedia of Philosophy**. Summer 2014. [S.l.: s.n.], 2014.

NORVAL, A. J. The politics of ethnicity and identity. **The Blackwell companion to political sociology**, Blackwell Publishing Ltd, p. 271, 2004.

OLSON, E. T. Personal identity. In: ZALTA, E. N. (Ed.). **The Stanford Encyclopedia of Philosophy**. Winter 2010. [S.l.: s.n.], 2010.

PAPINEAU, D. Science, problems of the philosophy of. In: ______. **The Oxford Companion to Philosophy New Edition**. New York: Oxford University Press, 2005.

PASNAU, R. **Metaphysical Themes 1274-1671**. [S.l.]: Oxford University Press, 2013.

QUINE, W. On the individuation of attributes. **Theories and Things, pages**, 1981.

QUINE, W. V. O. **Philosophy of logic**. [S.l.]: Harvard University Press, 1986.

RITZER, G. et al. **The Blackwell encyclopedia of sociology**. [S.l.]: Blackwell Publishing Malden, MA, 2007.

ROBBIN, J. W. Mathematical logic: a first course. 1969.

RODRIGUEZ-PEREYRA, G. The Principles of Contradiction, Sufficient Reason, and Identity of Indiscernibles. In: ANTOGNAZZA Maria Rosa (Ed.). **Oxford Handbook of Leibniz**. [S.l.]: Oxford University Press, forthcoming.

RUSSELL, B. Letter to frege. **From Frege to Gödel**, p. 124–125, 1902.

SAVELLOS, E. E. On defining identity. **Notre Dame Journal of Formal Logic**, University of Notre Dame Press, v. 31, n. 3, p. 476–484, 1990.

SIDER, T.; CONEE, E. Riddles of existence: A guided tour of metaphysics. 2005.

SIMPLICIUS. **Simplicius: On Aristotle Physics (Ancient Commentators on Aristotle)**. [S.l.]: Bristol Classical Press, 2014.

SPINOZA, B. de. **Ethics (Penguin Classics)**. [S.l.]: Penguin Classics, 2005.

SUPPES, P. **Axiomatic set theory**. [S.l.]: Courier Corporation, 1960.

SYSTEM. In: WORD Central: Merriam-Webster's Student's Electronic Dictionary. New York: Merriam-Webster, 2015. Disponível em: <http://www.flip.pt/FLiP-On-line/Gramatica/Sinais-de-pontuacao>. Acesso em: junho de 2015.

TARSKI, A. **Introduction to Logic and to the Methodology of the Deductive Sciences**. [S.l.]: Oxford university press, 1993.

WHITEHEAD, S. M.; MOODLEY, R.; TALAHITE-MOODLEY, A. **Gender and Identity: Key Themes and New Directions**. [S.l.]: Oxford, 2013.

WIGGINS, D. **Sameness and Substance**. [S.l.]: Oxford: Blackwell, 1980.

APÊNDICE A – Demonstrações

Pretendo neste apêndice apresentar algumas demonstrações rigorosamente, mas sem perder o caráter intuitivo e a clareza. Todavia, nem sempre a clareza e o rigor andam juntos. É tênue a linha que distingue aquilo que é rigoroso daquilo que é intuitivo e claro (entendendo aqui como clareza *ser compreendido facilmente*). Pois ao dar mais cuidado ao rigor, posso incorrer na falta do aspecto intuitivo e da clareza, tornando tais demonstrações algo que apenas um lógico-matemático possa ler. Para esse, suponho, tais demonstrações tentam dar suporte a conclusões triviais — como diria Descartes, ideias que a esses seriam *claras e distintas*. Por outro lado, se me voltar com mais esmero aos aspetos intuitivos e a clareza excessiva, tais demonstrações podem perder seu caráter preciso, tornando-as assim frívolas tentativas de exatidão. Destarte, tentarei encontrar esse sutil meio-termo.

A.1 PROPRIEDADE SIMÉTRICA E TRANSITIVA DA IDENTIDADE A PARTIR DOS AXIOMAS DA REFLEXIVIDADE E SUBSTITUTIVIDADE EM UMA LINGUAGEM DE *PRIMEIRA-ORDEM*

Seja £ uma linguagem da lógica clássica de primeira-ordem, contendo um conjunto adequado de conectivos proposicionais, quantificadores, variáveis individuais, símbolos auxiliares (como os de pontuação), como também símbolos específicos de cada teoria particular, como constantes individuais, símbolos para constante de predicados e para operações. Seja "=" um símbolo de predicado específico que será compreendido como a identidade. £ conterá os axiomas usuais de uma linguagem de primeira-ordem, além dos axiomas da Reflexividade e Substitutividade correspondentes a identidade (que irá a *definir implicitamente*) e, como *regra de inferência* a Eliminação da Implicação, tal como se segue:

(Reflexividade) $\forall(\boldsymbol{x})(\boldsymbol{x}=\boldsymbol{x})$

(Substitutividade) $\forall(\boldsymbol{x})(\boldsymbol{y})(\boldsymbol{x}=\boldsymbol{y}\rightarrow(\boldsymbol{P}(\boldsymbol{x})\rightarrow\boldsymbol{P}(\boldsymbol{y})))$

(Eliminação da Implicação) $\boldsymbol{A},\boldsymbol{A}\rightarrow\boldsymbol{B}\vdash\boldsymbol{B}$

Através destes axiomas e regra de inferência, obteremos como teorema que a identidade é uma relação simétrica e transitiva[1], tal como se segue:

[1] Para uma abordagem mais rigorosa, *ver* (MENDELSON, 2010, pp.74-6) e (KLEENE, 2002, pp.155)

Teorema A.1 (Simetria). *Temos como instância da Reflexividade e da Substitutividade* $(\boldsymbol{\alpha} = \boldsymbol{\alpha})$ *e* $(\boldsymbol{\alpha} = \boldsymbol{\beta}) \rightarrow (\boldsymbol{P}(\boldsymbol{\alpha}) \rightarrow \boldsymbol{P}(\boldsymbol{\beta}))$. *A identidade é uma fórmula da linguagem, e a Substitutividade nos diz que podemos substituir* $\boldsymbol{\alpha}$ *por* $\boldsymbol{\beta}$ *em algumas ocorrências livres de* $\boldsymbol{\alpha}$ *em uma fórmula, de modo que se segue que* $(\boldsymbol{\alpha} = \boldsymbol{\beta}) \rightarrow (\boldsymbol{\alpha} = \boldsymbol{\alpha} \rightarrow \boldsymbol{\beta} = \boldsymbol{\alpha})$. *Através da Transpositividade*[2] *obtemos que* $(\boldsymbol{\alpha} = \boldsymbol{\alpha}) \rightarrow (\boldsymbol{\alpha} = \boldsymbol{\beta} \rightarrow \boldsymbol{\beta} = \boldsymbol{\alpha})$ *e, por eliminação da implicação (uma vez que temos que* $(\boldsymbol{\alpha} = \boldsymbol{\alpha})$*) se segue que* $(\boldsymbol{\alpha} = \boldsymbol{\beta} \rightarrow \boldsymbol{\beta} = \boldsymbol{\alpha})$. ▮

Teorema A.2 (Transitividade). *Como instância da Substitutividade temos* $(\boldsymbol{\beta} = \boldsymbol{\gamma}) \rightarrow (\boldsymbol{P}(\boldsymbol{\beta}) \rightarrow \boldsymbol{P}(\boldsymbol{\gamma}))$, *do que se segue que* $(\boldsymbol{\beta} = \boldsymbol{\gamma}) \rightarrow (\boldsymbol{\beta} = \boldsymbol{\alpha} \rightarrow \boldsymbol{\gamma} = \boldsymbol{\alpha})$ *ao substituirmos uma ocorrência livre de* $\boldsymbol{\beta}$ *(em* $(\boldsymbol{\beta} = \boldsymbol{\alpha})$*) por* $\boldsymbol{\gamma}$. *Se* $(\boldsymbol{\beta} = \boldsymbol{\gamma})$, *então (por eliminação da implicação)* $(\boldsymbol{\beta} = \boldsymbol{\alpha} \rightarrow \boldsymbol{\gamma} = \boldsymbol{\alpha})$. *Se* $(\boldsymbol{\alpha} = \boldsymbol{\beta})$, *então (pela Simetria)* $(\boldsymbol{\beta} = \boldsymbol{\alpha})$. *Assim, se* $(\boldsymbol{\alpha} = \boldsymbol{\beta})$ *e* $(\boldsymbol{\beta} = \boldsymbol{\gamma})$, *obtemos que* $(\boldsymbol{\beta} = \boldsymbol{\alpha})$ *e* $(\boldsymbol{\beta} = \boldsymbol{\alpha} \rightarrow \boldsymbol{\gamma} = \boldsymbol{\alpha})$, *do que se segue (por eliminação da implicação) que* $(\boldsymbol{\gamma} = \boldsymbol{\alpha})$, *o que implica (pela Simetria) que* $(\boldsymbol{\alpha} = \boldsymbol{\gamma})$. *Logo, se* $(\boldsymbol{\alpha} = \boldsymbol{\beta})$ *e* $(\boldsymbol{\beta} = \boldsymbol{\gamma})$, *então* $(\boldsymbol{\alpha} = \boldsymbol{\gamma})$ ▮

A.2 PROPRIEDADE REFLEXIVA, SIMÉTRICA E TRANSITIVA DA IDENTIDADE A PARTIR DO MÉTODO DE QUINE EM UMA LINGUAGEM DE *PRIMEIRA-ORDEM*

Seja novamente £ uma linguagem da lógica clássica de primeira-ordem *sem* identidade, contendo um conjunto adequado de conectivos proposicionais, quantificadores, variáveis individuais, símbolos auxiliares, como também constantes individuais e, particularmente, um número finito de símbolos para predicados. Introduziremos o conceito de identidade como um predicado binário (ou relação binária), definindo em termos dos predicados de £. Ou seja, $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{y}$ será definido como:

$$(\boldsymbol{x} = \boldsymbol{y}) =_{\boldsymbol{def}} [(\boldsymbol{P_1^1 x} \leftrightarrow \boldsymbol{P_1^1 y}) \wedge \forall \boldsymbol{w_1} \; ((\boldsymbol{P_2^2 x w_1} \leftrightarrow \boldsymbol{P_2^2 y w_1}) \wedge (\boldsymbol{P_2^2 w_1 x} \leftrightarrow \boldsymbol{P_2^2 w_1 y}) \wedge ... \wedge \forall \boldsymbol{w_1 ... w_n} \; ((\boldsymbol{P_n^n w_1 ... x_i ... w_n} \leftrightarrow \boldsymbol{P_n^n w_1 ... y_i ... w_n}))]$$

Sendo $\boldsymbol{P_{t_1}^{k_1}}, \boldsymbol{P_{t_2}^{k_2}}, ...\boldsymbol{P_{t_n}^{k_n}}$ predicados $\boldsymbol{t_n}$, tal que $\boldsymbol{n}$ será um número finito e de aridade $\boldsymbol{k_1}, \boldsymbol{k_2}, ..., \boldsymbol{k_n}$.

Este seria um método de *exaustão*, uma vez que força que a identidade seja definida em termos de uma fórmula que conste todos

[2] A Transpositividade expressa que: $\boldsymbol{A} \rightarrow (\boldsymbol{B} \rightarrow \boldsymbol{C}) \vdash \boldsymbol{B} \rightarrow (\boldsymbol{A} \rightarrow \boldsymbol{C})$

os predicados da linguagem. O que esse método diz sobre a identidade é que, quando dois termos estão relacionados pela identidade (quando x é idêntico a y), esses termos são indiscerníveis para todos os predicados da linguagem. Precisamos provar que tal método preserva as características da identidade como uma *relação de congruência.*

Teorema A.3 (Reflexividade)**.** *Por hipótese (reductio ad absurdum) suponhamos que* $\boldsymbol{(x \neq x)}$*. Pela definição, então haverá um predicado* $\boldsymbol{P^{k_i}_{t_j}}$ *o qual* $\forall \boldsymbol{w_1, w_2 ..., w_n(P^{k_i}_{w_n} w_1, w_2, ..., x, ..., w_n} \wedge \neg \boldsymbol{P^{k_i}_{w_n} w_1, w_2, ..., x, ..., w_n)}$*. Dito em outras (e mais simples) palavras, tomemos como hipótese que este predicado seja um predicado unário, de modo que se* $\boldsymbol{(x \neq x)}$*, então haverá um predicado (que estamos a supor como unário) o qual* $\boldsymbol{P(x)} \wedge \neg \boldsymbol{P(x)}$*. Mas isso é um absurdo, de modo que se assumimos essa definição da identidade, então é o caso que* $\forall \boldsymbol{x(x = x)}$*.* ∎

Vejamos agora se vale a Substituição *Salva Veritate.*

Teorema A.4 (Substitutividade)**.** *Tomemos como hipótese (reductio ad absurdum) que a Substitutividade não vale, de modo que existe um* $\boldsymbol{x}$ *tal que* $\boldsymbol{(x = x \wedge (P(x) \wedge \neg P(x)))}$*. Obtivemos pelo teorema anterior a identidade é reflexiva, ou seja, é o caso de* $\boldsymbol{(x = x)}$*. Por Eliminação da Conjunção*[3] *obtemos que* $\boldsymbol{(P(x) \wedge \neg P(x))}$*; de modo que se a substitutividade não vale, então se segue uma contradição.* ∎

Obtemos até aqui que a Reflexividade e a Substituição são preservadas para a identidade. Por conseguinte, através dos teoremas A.1 e A.2 provados anteriormente, segue-se a Simetria e a Transitividade.

A.3 PROPRIEDADE REFLEXIVA, SIMÉTRICA E TRANSITIVA DA IDENTIDADE A PARTIR DO AXIOMA DA EXTENSIONALIDADE EM *ZF*

Seja £ uma linguagem de primeira-ordem *sem* identidade, contendo um conjunto adequado de conectivos proposicionais, quantificadores, variáveis individuais, símbolos auxiliares (como os de pontuação). Além do alfabeto da lógica elementar, adicionemos a essa linguagem símbolos que representem conceitos específicos de ZF, que será a *pertinência* (simbolizada por "∈"), constantes individuais e símbolos para predicados. Sejam os axiomas de £ os usuais (sem o axioma da Reflexividade e da Substutividade), além dos axiomas específicos que

[3] A Eliminação da Conjunção é expressa como: $\boldsymbol{A} \wedge \boldsymbol{B} \vdash \boldsymbol{A}$; $\boldsymbol{A} \wedge \boldsymbol{B} \vdash \boldsymbol{B}$

caracterizam ZF, exceto usual da Axioma da Extensionalidade, que trataremos a frente.

Neste tratamento axiomático de ZF nós não teríamos a identidade como símbolo da linguagem subjacente, de modo que não poderíamos expressar relações de identidade entre seus termos. Nesse caso, o Axioma da Extensionalidade seria exposto como uma definição particular do conceito da identidade. Teríamos então, ao invés do Axioma da Extensionaldiade, a seguinte definição:

$$(\boldsymbol{A} = \boldsymbol{B}) =_{\boldsymbol{def}} \forall \boldsymbol{X}(\boldsymbol{X} \in \boldsymbol{A} \leftrightarrow \boldsymbol{X} \in \boldsymbol{B})$$

Esta definição nos diz que dois conjuntos são idênticos (por definição) quando compartilham *os mesmos* elementos. Tomemos como Axioma da Extensionalidade a seguinte fórmula:

$$\forall \boldsymbol{A} \forall \boldsymbol{B}(\forall \boldsymbol{X}(\boldsymbol{X} \in \boldsymbol{A} \leftrightarrow \boldsymbol{X} \in \boldsymbol{B}) \rightarrow \forall \boldsymbol{C}(\boldsymbol{A} \in \boldsymbol{C} \leftrightarrow \boldsymbol{B} \in \boldsymbol{C}))$$

Através da definição da identidade oferecida e do Axioma da Extensionalidade, obtemos como teorema as propriedades de congruência da identidade. Isto é, provamos que a identidade é uma relação reflexiva, simétrica, transitiva e que vale a substitutividade *salva veritate.*

Teorema A.5 (Reflexividade)**.** *Suponhamos, por reductio ad absurdum, que seja o caso de* $(\boldsymbol{A} \neq \boldsymbol{A})$ *de modo que obteremos (através da definição oferecida) que* $\exists \boldsymbol{X}(\boldsymbol{X} \in \boldsymbol{A} \wedge \boldsymbol{X} \notin \boldsymbol{A})$*. Eliminemos o existencial através da constante* $\boldsymbol{\alpha}$*, seguindo-se que* $(\boldsymbol{\alpha} \in \boldsymbol{X})$ *e* $(\boldsymbol{\alpha} \notin \boldsymbol{X})$*. Isto é uma contradição. Portanto, segue-se que para todo* $\boldsymbol{A}$*,* $(\boldsymbol{A} = \boldsymbol{A})$ ∎

Do teorema anterior provamos que *todo conjunto é idêntico a si mesmo*, a propriedade de reflexividade da identidade, haja vista que todo conjunto tem os mesmos elementos que si mesmo. Provaremos agora a simetria, *i.e.*, que se um conjunto $\boldsymbol{A}$ é idêntico a um conjunto $\boldsymbol{B}$, então $\boldsymbol{B}$ é idêntico a $\boldsymbol{A}$.

Teorema A.6 (Simetria)**.** *Se* $(\boldsymbol{A} = \boldsymbol{B})$*, obteremos pela definição da identidade que* $\forall \boldsymbol{X}(\boldsymbol{X} \in \boldsymbol{A} \leftrightarrow \boldsymbol{X} \in \boldsymbol{B})$*. Pela propriedade de comutatividade da bi-implicação*[4]*, obtemos que* $\forall \boldsymbol{X}(\boldsymbol{X} \in \boldsymbol{B} \leftrightarrow \boldsymbol{X} \in \boldsymbol{A})$*, o que segue pela definição que* $(\boldsymbol{B} = \boldsymbol{A})$*.* ∎

Provaremos agora a transitividade da identidade:

[4]A comutatividade da bi-condicional é que: $\boldsymbol{A} \leftrightarrow \boldsymbol{B} \vdash \boldsymbol{B} \leftrightarrow \boldsymbol{A}$

Teorema A.7 (Transitividade)**.** *Seja* $(\boldsymbol{A} = \boldsymbol{B})$ *e* $(\boldsymbol{B} = \boldsymbol{C})$*, mas por hipótese (reductio ad absurdum)* $(\boldsymbol{A} \neq \boldsymbol{C})$*. Se* $(\boldsymbol{A} \neq \boldsymbol{C})$*, obtemos pela definição da identidade que* $\exists \boldsymbol{X}(\boldsymbol{X} \in \boldsymbol{A} \wedge \boldsymbol{X} \notin \boldsymbol{C})$*. Ou seja, há um elemento de* $\boldsymbol{A}$ *que não é elemento de* $\boldsymbol{C}$ *(seja esse elemento* $\boldsymbol{\alpha}$*, i.e.,* $(\boldsymbol{\alpha} \in \boldsymbol{A})$ *e* $(\boldsymbol{\alpha} \notin \boldsymbol{C})$*). Obtemos pela definição que se* $(\boldsymbol{A} = \boldsymbol{B})$ *então* $\forall \boldsymbol{X}(\boldsymbol{X} \in \boldsymbol{A} \leftrightarrow \boldsymbol{X} \in \boldsymbol{B})$ *e, se* $(\boldsymbol{B} = \boldsymbol{C})$ *então* $\forall \boldsymbol{X}(\boldsymbol{X} \in \boldsymbol{B} \leftrightarrow \boldsymbol{X} \in \boldsymbol{C})$*. Assumimos que* $(\boldsymbol{\alpha} \in \boldsymbol{A})$*. Por eliminação da implicação se segue que* $(\boldsymbol{\alpha} \in \boldsymbol{B})$*. Novamente, por eliminação da implicação, obtemos que* $(\boldsymbol{\alpha} \in \boldsymbol{C})$*. Obtemos, por reductio ad absurdum que* $(\boldsymbol{\alpha} \in \boldsymbol{C})$ *e* $(\boldsymbol{\alpha} \notin \boldsymbol{C})$*. Logo, se* $(\boldsymbol{A} = \boldsymbol{B})$ *e* $(\boldsymbol{B} = \boldsymbol{C})$*, então* $(\boldsymbol{A} = \boldsymbol{C})$*.* ▮

Por fim, precisamos provar que a identidade preserva a Substitutividade *Salva Veritate.*

Teorema A.8 (Substitutividade)**.** *Precisamos provar que se* $(\boldsymbol{A} = \boldsymbol{B})$*, então podemos substituir algumas ocorrências de* $\boldsymbol{A}$ *por* $\boldsymbol{B}$ *onde* $\boldsymbol{B}$ *ocorre livre em alguma fórmula. Ou seja,* $(\boldsymbol{A} = \boldsymbol{B}) \rightarrow (\boldsymbol{P}(\boldsymbol{A}) \rightarrow \boldsymbol{P}(\boldsymbol{B}))$*. De acordo com o Axioma da Compreensão*[5]*, se* $\boldsymbol{A}$ *é um conjunto e* $\boldsymbol{P}$ *é qualquer propriedade que possa ser atribuída aos elementos x que pertencem a* $\boldsymbol{A}$ *(*$\boldsymbol{P}(\boldsymbol{x})$*), então existe um subconjunto* $\boldsymbol{C}$ *de* $\boldsymbol{A}$ *que contém os elementos x de* $\boldsymbol{A}$ *e que possuem essa propriedade. Deste modo, podemos compreender* $(\boldsymbol{\alpha} \in \boldsymbol{A})$ *como* $(\boldsymbol{P}(\boldsymbol{\alpha})$*, onde P seria um predicado da linguagem que determina os elementos que pertencem a* $\boldsymbol{A}$*. Através disso, obtemos como instância do Axioma da Extensionalidade, ao substituirmos* $\boldsymbol{C}$ *por um predicado da linguagem que determina seus elementos:* $\forall \boldsymbol{A} \forall \boldsymbol{B}(\forall \boldsymbol{X}(\boldsymbol{X} \in \boldsymbol{A} \leftrightarrow \boldsymbol{X} \in \boldsymbol{B}) \rightarrow (\boldsymbol{P}(\boldsymbol{A}) \leftrightarrow \boldsymbol{P}(\boldsymbol{B})))$*. Podemos substituir, pela definição da identidade,* $\forall \boldsymbol{X}(\boldsymbol{X} \in \boldsymbol{A} \leftrightarrow \boldsymbol{X} \in \boldsymbol{B})$ *por* $(\boldsymbol{A} = \boldsymbol{B})$*. Obteremos como resultado que* $(\boldsymbol{A} = \boldsymbol{B}) \rightarrow (\boldsymbol{P}(\boldsymbol{A}) \leftrightarrow \boldsymbol{P}(\boldsymbol{B}))$*. Ou, sua equivalente conjuntista:* $(\boldsymbol{A} = \boldsymbol{B}) \rightarrow \forall \boldsymbol{C}(\boldsymbol{A} \in \boldsymbol{C} \leftrightarrow \boldsymbol{B} \in \boldsymbol{C})$ ▮

Provamos, por fim, que a definição de identidade postulada em ZF, axiomatizada em uma linguagem de primeira-ordem *sem* identidade, preserva as propriedades de uma relação de congruência.

[5]Formalmente: qualquer fórmula $\boldsymbol{\phi}$ na linguagem da teoria dos conjuntos com variáveis livres entre $\boldsymbol{x}, \boldsymbol{z}, \boldsymbol{w_1}, ..., \boldsymbol{w_n}$: $\forall \boldsymbol{z} \forall \boldsymbol{w_1} ... \boldsymbol{w_n} \exists \boldsymbol{y} \forall \boldsymbol{x}(\boldsymbol{x} \in \boldsymbol{y} \leftrightarrow (\boldsymbol{x} \in \boldsymbol{z} \wedge \boldsymbol{P}(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{z}, \boldsymbol{w_1}, ..., \boldsymbol{w_n})))$. *Ver* (KUNEN, 2014)